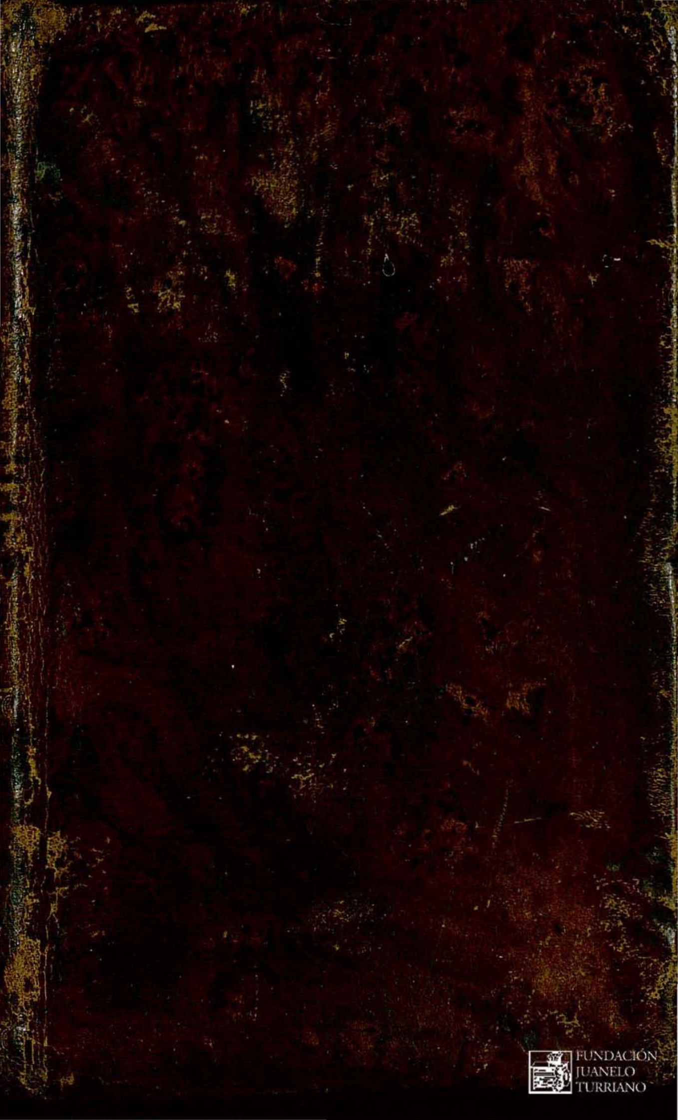
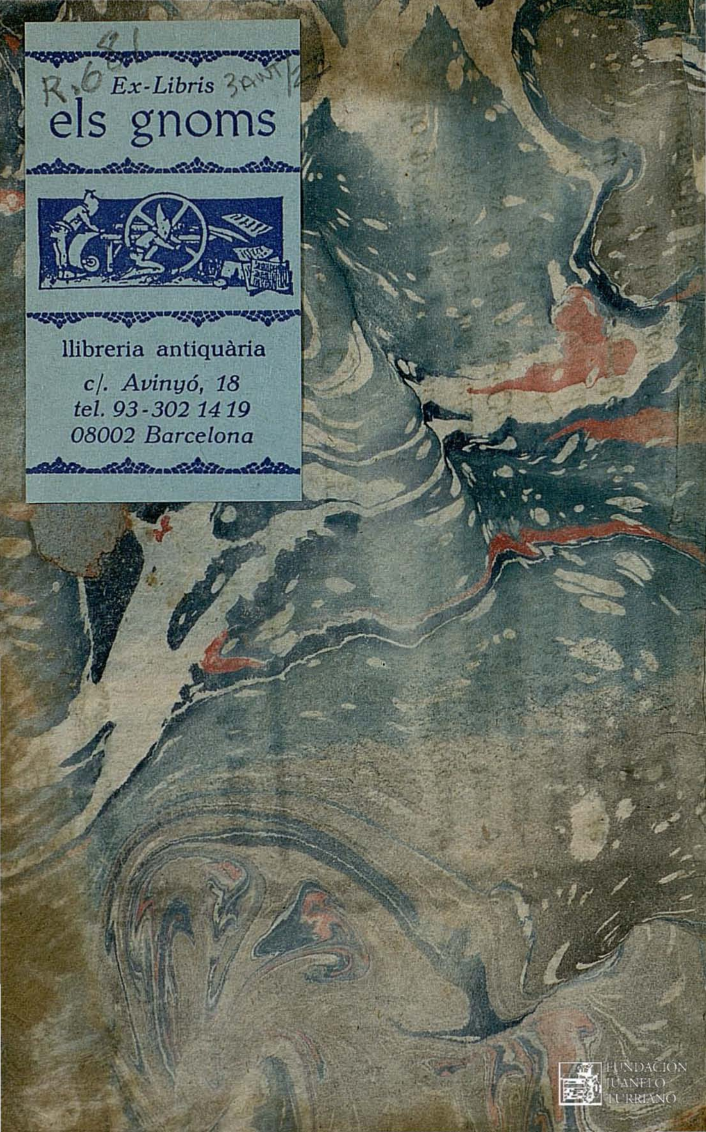

FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO


R. 681
3ANT/2
Ex-Libris
els gnoms
llibreria antiquària
c/. Avinyó, 18
tel. 93-302 14 19
08002 Barcelona
FUNDACIÓN JUANELO TURRIANO



Santa ó mayor; toda ella fuera del Domingo de Ra-
nuestro Señor Jesucristo, de Pentecostés, de la Asuncion
Apóstoles San Pedro y San Pablo para todos; con pre-
ula de la Santa Cruzada, y ademas siendo eclesiásticos
orme al tenor del Edicto publicado por Nos en primero
l ochocientos teinta y seis.

---

riano Liñan

# ARITMÉTICA
# DE NIÑOS

*escrita para uso de las escuelas del Reino*

POR

DON JOSÉ MARIANO VALLEJO,
*Catedrático que fué de Matemáticas del Real seminario de nobles de Madrid, etc. etc.*

**QUINTA EDICION**

corregida; y aumentada, respecto de la cuarta, con lo necesario para poder comprender el *nuevo método seguro y general de resolver toda clase de cuestiones, y ecuaciones de todos los grados*, aun las que se resisten á los procedimientos mas sublimes de las Matemáticas, inserto en la tercera edicion del Compendio de estas ciencias, y que se publicará inmediatamente, por separado y al alcance de toda clase de personas, en la obrita intitulada:

COMPLEMENTO DE LA ARITMÉTICA DE NIÑOS.




**MADRID:**
*Imprenta* GARRASAYAZA, *propia del mismo autor.*
Calle de la Flor Alta, número 9.
*Enero* **1836.**



*In scientiis enim addiscendis prosunt exempla magis quàm præcepta: qua de causà in his fusiùs expatiatus sum.*

Is. Newt. Arithm. Univ. cap. 14.

# PRÓLOGO.

*Al componer y publicar esta obrita en 1804, tuve por objeto popularizar el conocimiento de los quebrados decimales, que hasta aquella época solo se daban en las Aulas de Matemáticas; y del cual se necesitaba indispensablemente, para la igualacion de nuestras pesas y medidas, de que entónces se ocupaba el Gobierno y en que yo trabajaba.*

*Procuré conciliar el que tuviese un lenguaje correcto, y que su doctrina se hallase de tal modo espuesta, que guardase uniformidad con el modo de estudiarse la Aritmética como ciencia; para que el Discípulo nada tuviese jamas que desaprender; y ántes por el contrario, que todos los conocimientos adquiridos por esta obrita le ahorrasen trabajo y contribuyesen á facilitarle el estudio de las Matemáticas. Tres ediciones muy numerosas siguieron á la primera, habiendo añadido en cada una lo conducente para corresponder á la buena acogida que habia merecido al público; y que contuviese lo indispensable para satisfacer á los diferentes objetos que reclamaban el bienestar de los pueblos; y en esta quinta edicion, añado lo necesario para comprender el nuevo procedimiento que he discurrido, y se halla publicado en la tercera edicion de mi* Compendio de Matemáticas, *por el cual se resuelven todo género de cuestiones, y ecuaciones sin limitacion alguna: en términos, que sin mas conocimientos que los contenidos en este pequeño volúmen se pueden resolver, hasta por los Niños que concurren á las escuelas de primera enseñanza, aun las ecuaciones que se resisten á los procedimientos mas sublimes de las Matemáticas, segun se verá en la obrita intitulada,* Complemento de la Aritmética de Niños, *que publicaré inmediatamente.*

## ADVERTENCIA.

**Se debe tener presente: 1.° Que los niños, para instruirse en cada operacion, lo primero que deben hacer es aprender muy bien de memoria las reglas generales que se ponen con letra bastardilla; despues deben leer bien los ejemplos en que dichas reglas están contraidas, ejecutando en un papel ó pizarra todas las operaciones que se van espresando; hecho esto, sin mirar al libro, han de procurar aplicar por sí las reglas generales, á los mismos ejemplos á que están contraidas, para comparar despues su operacion con la que tienen en el libro, y corregir las equivocaciones que hayan padecido, y esto lo deben ejecutar tantas veces como se necesite para que hallen por sí mismos el resultado de la operacion del libro; luego, deben contraer las mismas reglas á los ejemplos en que solo está la operacion; pero sin mirarla hasta despues de concluir la suya para ver si sacan el mismo resultado; en caso de no encontrarle, deben comparar su operacion con la del libro para advertir donde está la equivocacion; enmendarla y volverla á ejecutar las veces que se necesite, hasta que lleguen á sacar el mismo resultado; y por último, han de resolver los demas ejemplos: y si consiguen sacar el mismo resultado, pueden estar seguros de que saben aquella operacion tan bien como cualquiera otro. 2.° Cuando se encuentre un número dentro de un paréntesis, da á entender que la operacion que se necesita practicar para hallar el resultado que se busca, está esplicada en la respuesta á la pregunta que tiene dicho número. Por ejemplo: cuando en la pág. 68 veo que dice: «los reduciré á un comun denominador (126).» El número 126, que está dentro del paréntesis ( ), indica que las reglas que se deben seguir para hacer dicha reduccion, están contenidas en la respuesta á la pregunta 126. Esto sirve para que, si á alguno se le ha olvidado cómo se practica alguna operacion auxiliar de aquella en que se halla, sepa á donde debe recurrir para volver á estudiarla. Y 3.° Que el Maestro, en vez de enseñar á cada niño en particular, debe formar una clase de todos los que se dediquen á la Aritmética, y en el encerado que hay en todas las escuelas para manifestar los principios de la Caligrafía, ó en otro cualquiera, les debe hacer que contraigan las reglas generales de cada operacion, á los ejemplos que hay en el libro, y proponerles despues otros. Este método de esplicar á todos á un tiempo es mejor para el Maestro, porque se fatiga ménos; y es muy útil para los Discípulos, porque así se estimulan, se acostumbran á hablar con órden de seguido sobre un mismo asunto, y les sirven de instruccion los mismos yerros que comete el que está ejecutando la operacion, que no debe ser el Maestro sinó uno de los discípulos.**

# ARITMÉTICA DE NIÑOS
## PARA USO
## DE LAS ESCUELAS DEL REINO.

## CAPÍTULO PRIMERO.

*Nociones preliminares, numeracion, division y subdivision de las unidades de pesas y medidas.*

1 *Pregunta.* Qué es Aritmética?

*Respuesta.* La ciencia que trata de averiguar las relaciones y propiedades de los números.

2 *P.* Desde cuando tenemos necesidad de considerar los números?

*R.* Desde que vemos á un mismo tiempo muchos objetos ó individuos de una misma especie: como cuando se vé un hombre y muchos hombres, un niño y muchos niños, un árbol y muchos árboles &c.; porque en este caso concebimos lo que es *unidad* y *pluralidad* ó muchedumbre. Si despues comparamos la pluralidad con la unidad, lo que resulta de esta comparacion se llama *número:* de manera, que número *es el resultado de la comparacion de la pluralidad ó muchedumbre con la unidad, ó el que espresa la reunion de muchas unidades.*

3 *P.* Qué es lo primero que se debe saber acerca de los números?

*R.* Su *nomenclatura*, ó los nombres con que se determinan las unidades que hay en cada conjunto.

4 *P.* Pues qué, ¿son indispensables los nombres para espresar los números?

*R.* Sí señor: pues aunque la naturaleza no nos presenta sinó individuos ó unidades, si tuviésemos que

dar razon de los hombres ó árboles que habíamos visto en algun parage, y lo ejecutásemos diciendo, que los hombres ó árboles que habíamos visto eran *uno*, *uno*, *uno etc.*, no lo podríamos hacer sin confusion nuestra y del que lo oyese, por ser muy difícil y aun imposible conservar en la memoria las veces que está repetida la palabra *uno*; y así el entendimiento se vé precisado á caracterizar con palabras á cada una de estas colecciones de unidades.

5 *P.* A cada coleccion de unidades ¿se le dá un nombre particular?

*R.* No señor: porque entónces la vida del hombre no bastaría sinó para aprender muy pocos números; y así, hay un admirable artificio, aunque muy sencillo, por medio del cual se espresan con muy pocas palabras todos los números de que podemos necesitar.

6 *P.* Cómo se ejecuta esto?

*R.* En primer lugar, cualquier objeto es en sí *uno*; porque la naturaleza presenta la consideracion de la unidad en cada individuo; despues, cuando se quiere espresar el agregado de *uno* y *uno* se usa de la palabra *dos*, y por tanto *dos* equivale á *uno* y *uno*; para espresar el conjunto de *dos* y *uno* se usa de la palabra *tres*; para el de *tres* y *uno* de la palabra *cuatro*; *cuatro* y *uno* se espresa con la palabra *cinco*; *cinco* y *uno* con la palabra *seis*; *seis* y *uno* con la palabra *siete*; *siete* y *uno* con la palabra *ocho*; *ocho* y *uno* con la palabra *nueve*; *nueve* y *uno* con la palabra *diez*.

7 *P.* Cómo se cuenta de diez en adelante?

*R.* Se toma esta coleccion de diez unidades por una nueva unidad, que se llama *unidad de decena*, y se van repitiendo las palabras anteriores, diciendo: *diez y uno*, *diez y dos etc.*; pero á causa de una irregularidad de nuestra lengua, en vez de *diez y uno* se dice *once*; en vez de *diez y dos* se dice *doce*; en vez de *diez y tres* se dice *trece*; en vez de *diez y cuatro* se dice *catorce*; en vez de *diez y cinco* se dice *quince*; luego se sigue ya regularmente diciendo: *diez y seis*, *diez y siete*, *diez y ocho*, *diez y nueve*; y para, es-



presar *diez y diez* se usa de la palabra *veinte*, que es lo mismo que *dos dieces ó decenas:* despues se sigue contando *veinte y uno, veinte y dos etc.*, que tambien se dice comunmente *veintiuno, veintidos, veintitres, veinticuatro, veinticinco, veintiseis, veintisiete, veintiocho, veintinueve*; y para espresar *veintidiez ó tres dieces ó decenas* se usa de la palabra *tres* modificada, y se dice *treinta*, continuando despues *treinta* y *uno, treinta y dos, treinta y tres,... treinta y nueve*; luego, para espresar *cuatro dieces ó decenas; cinco dieces ó decenas etc.* se modifican las palabras *cuatro, cinco etc.* con la terminacion *enta*; y se sigue contando *cuarenta, cuarenta y uno, cuarenta y dos, cuarenta y tres,.... cuarenta y nueve; cincuenta, cincuenta y uno, cincuenta y dos,.... cincuenta y nueve*; *sesenta, sesenta y uno, sesenta y dos,... sesenta y nueve*; *setenta, setenta y uno, setenta y dos,... setenta y nueve*; *ochenta, ochenta y uno, ochenta y dos,..ochenta y nueve; noventa, noventa y uno, noventa y dos,... noventa y nueve*; y si á *noventa y nueve* añadimos una unidad, tendrémos *diez dieces* ó decenas, cuyo conjunto se espresa con la palabra *ciento.*

8 *P.* Cómo se cuenta de ciento en adelante?

*R.* Se toma la coleccion de diez decenas por una nueva unidad, que se llama *centena*, y se continúa diciendo: *ciento y uno, ciento y dos, ciento y tres,... ciento y diez, ciento y once,... ciento y veinte, ciento veintiuno,... ciento y treinta,... ciento y cincuenta,.... ciento noventa,... ciento noventa y nueve, ciento y ciento ó doscientos,... doscientos y cincuenta,... doscientos noventa y nueve, trescientos,.... cuatrocientos,... quinientos,... seiscientos,... setecientos,... ochocientos,... novecientos,... novecientos noventa y nueve;* despues, para espresar *novecientos noventa y nueve, y uno* mas, que componen *diez cientos*, se usa de la palabra *mil*; cuyo conjunto se toma por una nueva unidad que se llama *unidad de millar*; luego, se continúa *mil y uno, mil y dos,... mil y ciento,.... mil y doscientos, mil novecientos,... mil y mil*

*ó dos mil,.... dos mil y uno,... dos mil y ciento,.... dos mil novecientos,.... tres mil,.... cuatro mil,..... diez mil,... veinte mil,... cien mil,... doscientos mil,... trescientos mil,.... novecientos mil;* y para espresar el conjunto de *diez cientos de miles ó mil miles* se usa de la palabra *millon ó cuento*; el cual conjunto se vuelve á tomar por unidad, que se llama *unidad de millon ó de cuento*, y se sigue contando: *millon y uno, millon y dos,... millon y ciento,... millon y mil,... millon y diez mil,... millon y cien mil,... millon y novecientos mil,... dos millones,.... diez millones,.... cien millones,... mil millones,... diez mil millones,.... cien mil millones,...* y cuando se llega á un *millon de millones* se espresa con la palabra *billon ó bicuento*. Despues se continúa del mismo modo hasta *un millon de billones,* que se llama *trillon ó tricuento;* á un *millon de trillones*, *cuadrillon;* y así se continúa en adelante diciendo *quillon*, *sestillon etc.*; de manera, que solo con las trece palabras *uno*, *dos*, *tres*, *cuatro*, *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho*, *nueve*, *diez*, *ciento*, *mil* y *millon*, se pueden espresar todos los números de que puede necesitar el hombre (*)

9 Para escribir todos estos números, ¿de cuántas *cifras*, *guarismos ó caractéres* se necesita?

*R.* De diez; que son:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *uno,* | *dos,* | *tres,* | *cuatro,* | *cinco,* | *seis,* | *siete,* | *ocho,* | *nueve,* | *cero,* |
| 1, | 2, | 3, | 4, | 5, | 6, | 7, | 8, | 9, | 0, |

y cada una espresa la palabra que tiene encima, advirtiendo que el *cero* espresa *nada*, ó no tiene valor alguno.

10 *P.* Con estos solos guarismos, ¿cómo se pueden espresar todos los números?

---

(*) *En efecto, con dichas palabras se pueden espresar todos los números comprendidos hasta el que se escribiese con un número de guarismos espresado por las unidades que hay en el número* seis millones y seis; *y hasta ahora el mayor número que ha ocurrido nombrar solo se compone de* ciento cuarenta y un *guarismos, que es el que espresa la relacion aproximada del diámetro de un círculo á su circunferencia.*

*R. Considerando en ellos, ademas del valor propio que se les acaba de fijar, otro valor relativo al lugar que ocupa contando de derecha á izquierda.* Así, un guarismo cualquiera, tal como el 3, espresará siempre *tres* cosas: pero si está en el primer lugar, contando de derecha á izquierda, serán *tres unidades*; si está en el segundo, *tres decenas*; si en el tercero, *tres centenas*; si en el cuarto, *tres millares, etc.*

11. *P.* Decidme con mas generalidad y estension, ¿qué lugar está destinado para cada clase de unidades?

*R. El primero, contando siempre de derecha á izquierda, está destinado para las unidades sencillas; el segundo para las decenas; el tercero para las centenas; el cuarto para los millares; el quinto para las decenas de millar; el sesto para las centenas de millar; el séptimo para los millones; el octavo para las decenas de millon; el noveno para las centenas de millon; el décimo para los millares de millon; el undécimo para las decenas de millar de millon; el duodécimo para las centenas de millar de millon; el décimotercio para los millones de millones ó billones; el décimocuarto para las decenas de billon; el décimoquinto para las centenas de billon; el décimosesto para los millares de billon; el décimoséptimo para las decenas de millar de billon; el décimooctavo para las centenas de millar de billon; el décimonono para los trillones; los cinco lugares siguientes para las decenas, centenas, millares, decenas de millar, centenas de millar de trillon; el vigésimoquinto para los cuadrillones; y asi de seis en seis lugares para los quillones, sestillones etc.*

12 *P.* El cero para qué sirve?

*R.* Para ocupar un lugar si en un número falta alguna de las unidades de especie inferior.

13 *P.* Cómo haréis todo esto bien palpable?

*R.* Con un ejemplo: si me dan ó yo me propongo los diez guarismos, de que he hablado ántes, combinados en esta forma: 4638517092, inmediatamente veo que el 2, ocupando el primer lugar de derecha á iz-

quierda, espresa *dos unidades*; el 9, que ocupa el segundo, *nueve decenas ó noventa unidades*; el 0, que ocupa el tercero, espresa *ninguna centena*, y quiere decir, que en el número propuesto no hay ninguna centena; el 7, que ocupa el cuarto, espresa *siete millares ó siete mil unidades*; el 1, que ocupa el quinto, espresa *una decena de millar ó diez mil unidades*; el 5, que ocupa el sesto, espresa *cinco centenas de millar ó quinientas mil unidades*; el 8, que ocupa el séptimo, espresa *ocho millones*; el 3, que ocupa el octavo, espresa *tres decenas de millones ó treinta millones*; el 6, que ocupa el noveno, espresa *seis centenas de millones ó seiscientos millones*; y finalmente el 4, que ocupa el décimo, espresa *cuatro millares de millon ó cuatro mil millones*; y así se procedería si hubiese mas guarismos.

14 *P*. Se podrá hacer esto aun mas palpable?

*R*. Sí señor: poniendo un número en que, al lado de cada guarismo, esté escrita la especie de unidades que espresa, como aquí se presenta:

5 unidades.
3 decenas.
3 centenas.
9 millares.
6 decenas de millar.
2 centenas de millar.
7 millones ó cuentos.
3 decenas de millon ó de cuento.
8 centenas de millon ó de cuento.
5 millares de millon ó de cuento.
7 decenas de millar de millon ó de cuento.
2 centenas de millar de millon ó de cuento.
2 billones ó bicuentos.
1 decenas de billon ó de bicuento.
6 centenas de billon ó de bicuento.
8 millares de billon ó de bicuento.
5 decenas de millar de billon ó de bicuento.
3 centenas de millar de billon ó de bicuento.
9 trillones ó tricuentos.
&c.

15 *P.* Cómo se escriben los números?

*R. Se colocan sucesivamente los guarismos que espresan el número de unidades de cada órden, los unos al lado de los otros empezando por la izquierda, teniendo presente la sucesion de estos órdenes de unidades para no omitir ninguno, ocupando con ceros los lugares de los órdenes de unidades que pueden faltar.*

16 *P.* Por qué se ha de empezar á escribir por la izquierda?

*R.* Porque he dicho que la unidad de especie superior es la que está mas hácia la izquierda; y como al enunciar los números se empieza siempre por la unidad de especie superior, es claro que se debe principiar á escribir por la izquierda, segun se acostumbra en nuestro modo de escribir.

17 *P.* Cómo me escribiréis el número *treinta y seis mil cuatrocientos y dos*?

*R.* De este modo: la primera palabra que tengo que escribir es *treinta*, ó lo que es lo mismo *tres decenas*; por consiguiente, el primer guarismo que debo poner es el 3, que, para que sean decenas, ha de seguir á su derecha otro guarismo, que debe ser el que esprese las unidades; y como en el número propuesto, despues de la palabra *treinta* sigue la palabra *seis*, infiero que despues del 3 he de poner un 6 y tendré 36, con lo que tenemos escritas las palabras *treinta y seis*. Despues sigue la palabra *mil*, lo que me da á conocer que para que el 36 esprese *millares* faltan aun tres cifras (11); y como la primera que debe seguir es la que esprese las centenas, veré si las hay en el número dado; veo que son *cuatro*, pues sigue *cuatrocientos*; luego escribiré el guarismo 4, y tendré 364. Despues debe seguir el guarismo que esprese las decenas; y como el número propuesto no las tiene (pues no hay en él las palabras *diez*, *veinte*, *treinta*,...... *noventa*, que las espresan), pondré el 0, y tendré 3640. Faltan aun las unidades; y como en el número propuesto dice *dos*, es-

cribiré el guarismo 2 despues del 0, y tendré 36402, que espresará el número propuesto.

18 *P.* Si los números fuesen mas complicados, ¿se escribirán con igual facilidad?

*R.* Sí Señor: por ejemplo, si se me propusiese escribir el número *cuatro mil quinientos noventa y tres millones, doscientos diez y seis mil.* Lo primero escribiría por lo dicho ántes 4593, con lo que tendría escritas las palabras *cuatro mil quinientos noventa y tres.* Como despues sigue la palabra *millones,* advierto que aun tengo que escribir seis cifras (11), y que la primera que debe seguir es la que esprese las centenas de millar; y como el número dice (ántes de la palabra *mil*) *doscientos,* veo que el primer guarismo que debo poner es el 2, y tendré 45932. Ahora han de seguir las decenas de millar; y como dice *diez,* tendré que poner el 1, y me resultará 459321. Despues siguen los millares; y como dice *seis* en el número propuesto, pondré el guarismo 6 y tendré 4593216. Despues deberán seguir las centenas, decenas y unidades que haya en el número propuesto; y como despues de las palabras *seis mil* no sigue nada, pondré tres ceros, y tendré 4593216000, que espresa el número enunciado.

19 *P.* Qué han de hacer los niños para adiestrarse en escribir los números?

*R.* Escribir por sí mismos los que aquí se espresan, y proponerse otros ejemplos á competencia.

Así: el número *doscientos setenta* se escribe 270; el número *dos mil treinta y nueve* se escribe 2039; *ochenta mil quinientos y siete* se escribe 80507; *cuatrocientos mil y trescientos* se escribe 400300; el número *quince millones cuatro mil doscientos treinta* se escribe 15004230; y por último *veinte millones* se escribe 20000000.

20 *P.* Cómo se lee un número cuando está escrito?

*R.* *Si tiene pocos guarismos, de modo que se vea*



*claramente con una simple mirada, el lugar que ocupa cada guarismo y la especie de unidades que le corresponde, no hay mas que espresar cada guarismo con la palabra correspondiente, bien sea modificada con la terminacion* enta *si espresa* decenas, *ó bien añadiendo despues la palabra que esprese la especie de unidades; si es complicado el número, se divide en porciones de seis en seis guarismos empezando por la derecha; en la primera separacion se pone un* 1; *en la segunda un* 2; *en la tercera un* 3 *etc.; despues se divide cada porcion de seis guarismos en dos de tres con una coma, y se empieza leyendo por la izquierda, pronunciando* mil *donde se encuentre una coma, y donde se halle un* 1, *un* 2, *un* 3 *etc.,* millon, billon, trillon &c., *y luego al fin se pronuncia* unidades. Ejecutando esto con el número:

$$35792690050293178440358,$$

tendré $35,792_3690,050_2293,178_1440,358,$

que se lee: *treinta y cinco mil setecientos noventa y dos trillones, seiscientos noventa mil y cincuenta billones, doscientos noventa y tres mil ciento setenta y ocho millones, cuatrocientos cuarenta mil trescientas cincuenta y ocho unidades.*

Propongámonos, por segundo ejemplo, leer el número siguiente:

$$129338234179941701501096$$

que espresa el número de quintales que pesa todo el globo terrestre, segun el cálculo hecho en el párrafo 565 del tomo 2.° del Compendio de Matemáticas.

Hecha la separacion se tiene

$$129,338_3234,179_2941,701_1501,096$$

que se lee: *ciento veintinueve mil trescientos treinta y ocho trillones, doscientos treinca y cuatro mil ciento setenta y nueve billones, novecientos cuarenta y un mil setecientos y un millones, quinientos un mil y*

*noventa y seis: que son los quintales que pesa toda la masa de la tierra.*

21 *P.* Este método de enunciar y escribir los números ¿es el mismo en todas partes?

*R.* Si no está adoptado en todas, lo está al ménos en las civilizadas; pero se debe advertir que entre los Franceses no vale un *billon, trillon etc.*, lo mismo que entre nosotros y los Ingleses: pues llaman *billon* á lo que nosotros y los Ingleses llamamos *millar de millon*; *trillon* á lo que nosotros y los Ingleses *billon*; *cuadrillon* á nuestro *millar de billon*, y así en adelante.

22 *P.* Todos estos números que habeis espresado solo con el nombre de unidades, sin especificar si son hombres, árboles &c. ¿cómo se llaman?

*R.* Estos se llaman *abstractos*; y cuando se espresa la especie de unidades, como en *ocho manzanas, veinte hombres etc.*, se llaman *concretos*.

23 *P.* Cómo se llaman los números de una misma especie?

*R.* Se llaman *homogéneos*: v. g. *cinco reales* y *nueve reales* son números homogéneos; si no son de una misma especie, se llaman *heterogéneos*, como *tres reales* y *siete hombres*.

24 *P.* De cuantas maneras puede ser el número con relacion á los guarismos que tiene?

*R.* De dos: *simple* ó *díjito* y *compuesto*. Se llama simple ó díjito *el que se compone de un solo guarismo*; y compuesto *el que consta de dos ó mas*.

25 *P.* En las pesas y medidas ¿se van dividiendo y subdividiendo las unidades de diez en diez?

*R.* No señor: en cada clase se observa una ley particular; y en esto hay un abuso tan grande, que apenas se halla pueblo de consideracion que no tenga su modo particular de componer y descomponer las unidades.

26 *P.* Es esto bueno?

*R.* No señor: porque de aquí resultan muchos fraudes y perjuicios al público; y por eso se ha man-

dado en la Real Pragmática de 26 de enero de 1801 que en toda la Monarquía Española sean unas mismas las pesas y medidas.

27 *P.* Cómo está mandado que se llamen las pesas y medidas que se han de adoptar?

*R.* Pesas y medidas españolas.

28 *P.* Cuáles han de servír de norma?

*R.* Aquellas pesas y medidas que están en uso mas generalmente en estos Reinos, para que se logre la utilidad efectiva de esta uniformidad con la menor incomodidad posible de los pueblos.

29 *P.* Cuántas clases de medidas hay?

*R.* Cuatro: *medidas longitudinales ó de intérvalos*; *medidas de superficie ó agrarias*; *medidas de capacidad para los granos y demas cosas secas*; *y medidas de capacidad para los liquidos.*

30 *P.* Cuál es la raiz de las medidas longitudinales.

*R.* El *pie*: se divide en 16 *dedos*, y el dedo en *mitad*, *cuarta*, *ochava*, y *diez y seisava parte.* Tambien se divide en 12 *pulgadas*, y la pulgada en 12 *lineas.*

31 *P.* Hay medida longitudinal mayor que el pie?

*R.* Sí señor: la *vara* y la *legua*: la vara, que es aquel liston de madera con que los mercaderes miden el paño, el lienzo &c. se compone de 3 pies; y la legua, que sirve para medir distancias grandes, como las que hay entre los pueblos, ciudades &c., se compone de 20000 pies, que es el camino que se anda regularmente en una hora.

32 *P.* Qué vara se ha adoptado para que sirva de norma, por ser la mas general en España?

*R.* La que se conservaba en el archivo de la ciudad de Burgos, que ahora se llama *vara española*, y se divide como ántes en *mitad*, *cuarta*, *media cuarta* ú *ochava*, y *media ochava.*

33 *P.* Cuáles son las medidas agrarias ó de superficie?

*R.* La primera es el *estadal cuadrado*, que es un

cuadro de cuatro varas ó 12 pies de largo, y otro tanto de ancho, que componen 16 varas cuadradas ó 144 pies cuadrados. Despues sigue la aranzada, que se compone de 20 estadales en cuadro, ó 400 estadales cuadrados; y luego la fanega de tierra, que se compone de 24 estadales en cuadro, ó 576 estadales cuadrados. La fanega de tierra se divide en 12 celemines, y el celemin en cuatro cuartillos.

34 *P*. Qué medidas se usan para los granos, la sal y demas cosas secas?

*R*. La de especie superior es el *cahiz*, que se compone de 12 *fanegas*, y la fanega de 12 *celemines*.

35 *P*. En el comercio ¿hay medida en que quepa el cahiz?

*R*. No señor: ni tampoco la fanega; y así las medidas que hay son: la *media fanega*, que es la que se conservaba en el archivo de la ciudad de Ávila; la *cuartilla*, que es la mitad de la media fanega, ó la cuarta parte de la fanega; el *celemin* ó *almud*, que es la dozava parte de la fanega; el *medio celemin*, que es la mitad del celemin; el *cuartillo*, que es la mitad del medio celemin, ó la cuarta parte del celemin; el medio cuartillo, que es la octava parte del celemin; el *ochavo*, que es la cuarta parte del cuartillo, ó la diez y seisava parte del celemin; el *medio ochavo*, que es la treinta y dosava parte del celemin; y el *ochavillo*, que es la sesenta y cuatroava parte del celemin.

36 *P*. Cuáles son las medidas de líquidos?

*R*. Para los líquidos, escepto el aceite, se usa de la *cántara* ó *arroba*, cuyo patron es el que se conservaba en el archivo de la ciudad de Toledo: se divide en dos *medias cántaras*; la media cántara en dos *cuartillas*; la cuartilla en dos *azumbres*; la azumbre en dos *medias azumbres*; la media azumbre en dos *cuartillos*; el cuartillo en dos *medios cuartillos*; el medio cuartillo en dos *copas*. De modo que la cántara se compone de 32 cuartillos. El *moyo* se compone de 16 cántaras.

37 *P.* Por qué esceptuais el aceyte?

*R.* Porque las medidas de aceyte están arregladas al peso; y así, se usa de la *arroba, media arroba, cuartilla* ó *cuarto de arroba, media cuartilla* ó *medio cuarto de arroba, libra, media libra, cuarteron* ó *cuarta parte de la libra*, que tambien se llama *panilla*, y de la *media panilla.*

38 *P.* De qué pesas se usa para las cosas que se compran y venden al peso?

*R.* De las del marco que se custodiaba en el archivo del Consejo de Castilla. La unidad de especie superior es el *quintal*, que se compone de 4 *arrobas*; la arroba de 25 *libras*; la libra de 16 *onzas*; la onza de 16 *adarmes*; el adarme de 3 *tomines*, y el tomin de 12 *granos*. La libra se divide en dos *medias libras*, en cuatro *cuarterones* y en ocho *medios cuarterones*; la onza en dos *medias onzas*, en cuatro *cuartas*, y en ocho *ochavas* ó *dracmas*.

39 *P.* En adelante, ¿se deberán usar en todos los contratos de estas pesas y medidas?

*R.* Sí señor: de lo contrario no serán en los Tribunales válidos los contratos. Solo á los médicos y boticarios se les permitirá usar de la libra de 12 onzas del marco español, para evitar los daños que de esto podrían resultar á la salud pública, como se previene en la citada Pragmática.

40 *P.* ¿Convendrá que los niños sepan con exactitud cuál es la longitud del pie español?

*R.* Sí señor: no solo para entender bien lo que vale una vara, una pulgada, una legua &c., sinó porque las dimensiones de las demas medidas están arregladas á dicho pie. Por esta causa, se ha puesto al fin de esta obrita una lámina, en que está delineado en la figura 1.ª el pie de su magnitud natural, con las divisiones y subdivisiones espresadas (30). Y así, la distancia que hay desde A hasta B, ó desde M hasta N, es la longitud del pie español; por la parte superior está dividido en dedos, es decir, que cada una de las 16 divisiones de la dis-

tancia A B es un dedo, el último dedo C B está dividido en mitad, cuarta, octava y diez y seisava parte. Por la parte inferior está dividido en pulgadas; es decir, que cada uno de los 12 espacios en que está dividida la distancia MN es la longitud de la pulgada; y cada uno de los 12 espacios en que está dividida la última pulgada PN es la longitud de la línea.

41 *P.* Qué ley se sigue entre nosotros para la division y subdivision de la moneda?

*R.* La siguiente: la unidad de especie superior es el *doblon*, que tiene 4 *pesos;* el peso 15 *reales;* y el real 34 *maravedises.* De todas estas unidades no hay monedas; el doblon, el peso y el *ducado*, que vale 11 reales, son monedas imaginarias, porque no hay en la actualidad ninguna pieza de oro ni de plata que las represente, y solo sirven en los tratos de comercio. De las demas sí hay monedas y de mayor valor. Las monedas se hacen de oro, de plata, y de cobre; la mayor de oro es el *doblon de á ocho*, que es una onza de oro, y vale 8 *escudos de oro* ó 320 reales; despues sigue el *doblon de á cuatro escudos de oro*, que es media onza de oro, y vale 160 reales; luego sigue el *doblon de oro*, que vale dos escudos de oro ú 80 reales; luego sigue el *escudo de oro*, que vale 40 reales; y el *medio escudo, escudito ó veinten*, que vale 20 reales. La mayor de plata es el *peso duro*, que es una onza de plata, y vale 20 reales; el *medio duro*, que vale 10 reales; la *peseta columnaria ó mejicana*, que vale 5 reales; la *media peseta columnaria ó real de plata mejicano*, que vale dos reales y medio; y el *real columnario*, que vale diez cuartos y medio de la moneda de cobre. Tambien hay otra peseta, que es la ordinaria ó *provincial*, y vale 4 reales; la *media peseta ó real de plata* provincial, 2 reales; y el *real sencillo* ó de *vellon* equivale á ocho cuartos y medio de la moneda de cobre. La moneda mayor de cobre en la actualídad vale 2 cuartos ú 8 maravedises; la que sigue un cuarto, que vale 4 maravedises; y la otra un ochavo, que vale 2 marave-

dises; el maravedí, aunque hay moneda que lo represente, no corre regularmente en el comercio.

42 *P.* Está en todas las monedas modernas el busto del Soberano?

*R.* Sí señor: y ahora se presenta desnudo; pues ántes, en las de oro se presentaba vestido; en las de plata á medio vestir, y en las de cobre desnudo.

43 *P.* Qué ley se sigue en la division del tiempo?

*R.* La que voy á decir: el *siglo* se compone de 100 *años*; el año de 12 *meses* ó de 365 *dias* y algo mas; el dia de 24 *horas*; la hora de 60 *minutos primeros*, y el minuto primero de 60 *minutos segundos*.

## CAPÍTULO II.

### *De la operacion de sumar ó de la adicion.*

44 *P.* Cuántas son las operaciones que se hacen con los números.

*R.* *En rigor solo son dos*; porque á un número lo mas que se le puede hacer es *mayor* ó *menor*; pero *segun los diferentes modos de aumentar ó disminuir, resultan seis operaciones*, que son *sumar, restar, multiplicar, partir, elevar á potencias y estraer raices.*

45 *P.* Qué es *sumar?*

*R.* Sumar *es juntar en un solo número el valor de dos ó mas homogéneos*; la operacion, por medio de la cual se ejecuta esto, se llama *adicion;* los números que se dan para sumar, *sumandos*, y el resultado de la operacion, *suma.* La operacion de sumar se indica con este signo + que se lee *mas*, y el resultado de ésta y de todas las demas operaciones, con este =, que se lee *igual*; de manera que 4+2=6, quiere decir que *añadiendo* 2 *á* 4 *resulta* 6, y se lee: *cuatro mas dos igual seis.*

46 *P.* Qué se necesita saber ante todas cosas para sumar?



*R. Lo que componen juntos de dos en dos los números dijitos ó de un solo guarismo;* para lo cual se deberá aprender de memoria la tabla siguiente:

| | | |
|---|---|---|
| 1 y 1 son 2. | 2 y 2 son 4. | 3 y 3 son 6. |
| 1 y 2....... 3. | 2 y 3....... 5. | 3 y 4....... 7. |
| 1 y 3....... 4. | 2 y 4....... 6. | 3 y 5....... 8. |
| 1 y 4....... 5. | 2 y 5....... 7. | 3 y 6....... 9. |
| 1 y 5....... 6. | 2 y 6....... 8. | 3 y 7....... 10. |
| 1 y 6....... 7. | 2 y 7....... 9. | 3 y 8....... 11. |
| 1 y 7....... 8. | 2 y 8....... 10. | 3 y 9....... 12. |
| 1 y 8....... 9. | 2 y 9....... 11. | |
| 1 y 9....... 10. | | |
| 4 y 4 son 8. | 5 y 5 son 10. | 6 y 6 son 12. |
| 4 y 5....... 9. | 5 y 6....... 11. | 6 y 7....... 13. |
| 4 y 6....... 10. | 5 y 7....... 12. | 6 y 8....... 14. |
| 4 y 7....... 11. | 5 y 8....... 13. | 6 y 9....... 15. |
| 4 y 8....... 12. | 5 y 9....... 14. | |
| 4 y 9....... 13. | | |
| 7 y 7 son 14. | 8 y 8 son 16. | 9 y 9 son 18. |
| 7 y 8....... 15. | 8 y 9....... 17. | |
| 7 y 9....... 16. | | |

47 *P.* Cómo se bace la operacion de sumar?

*R. Se colocan todos los sumandos, los unos debajo de los otros, de modo que se correspondan unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas, centenas debajo de centenas etc.; despues se tira una raya; se empieza á sumar por la columna de las unidades, y se suman todas las de los sumandos: esta suma se compondrá ó de unidades solas, ó de decenas solas, ó de decenas y unidades; si se compone solo de unidades, se pondrá debajo de la raya el guarismo que las esprese, de modo que se correspondan con las unidades de los sumandos; si se compone solo de decenas, se pondrá* o *debajo de las unidades, y las decenas se guardarán para sumarlas con las de la columna siguiente; si hay decenas y unidades, se colocan las unidades*

*debajo de las unidades, y se guardan las decenas para sumarlas con las de la columna inmediata. Despues se suma la columna de las decenas, teniendo cuidado de sumar con el primer guarismo las decenas que resultaron de la suma de las unidades: esta suma de decenas se compondrá ó de decenas solamente, ó solo de centenas, ó de centenas y decenas; cuando solo contiene decenas, se ponen debajo de la columna de las decenas: si tiene solamente centenas, se pone* o *debajo de la columna de las decenas, y se guardan las centenas para sumarlas con las que hay en la columna inmediata de la izquierda: si contiene centenas y decenas, se colocan las decenas debajo de las decenas, y las centenas se guardan para sumarlas con las centenas. Luego, se pasa á sumar las centenas, teniendo cuidado de añadir al primer guarismo las que se llevaban de la suma de las decenas; y si en la suma de las centenas hay millares, se guardan para sumarlos con los de la columna inmediata; y así se continúa hasta llegar á la última columna de la izquierda, de cuya suma si resulta alguna ó algunas unidades de especie superior, se ponen á la izquierda del guarismo, que se coloca debajo de la última columna; y el número que resulta debajo de la raya es la suma pedida.*

48 *P.* Me podréis aplicar esto á un ejemplo?

*R.* Sí señor: supóngamos que se me dan para sumar los números 432, 287, 43, 572. Lo primero que ejecuto es poner los unos debajo de los otros, de modo que se correspondan unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas &c.; despues tiro una raya en esta forma:

```
 432
 287
  43
 572
————
1334
```

Empiezo á sumar por la columna de las unidades, y digo: 2 unidades y 7 unidades son 9 unidades, y 3 unidades son 12 unidades, y 2 son 14 unidades; en 14 unidades hay una decena y 4 unidades, coloco las 4 unidades debajo de la columna de las unidades, y

guardo la decena para sumarla con las de la columna siguiente, en la cual digo: 3 decenas y 1 que llevaba de la suma de las unidades, son 4 decenas, y 8 decenas son 12 decenas, y 4 decenas son 16 decenas, y 7 decenas son 23 decenas; en 23 decenas hay 3 decenas y 2 centenas, por lo cual pongo *un* 3 debajo de la columna de las decenas, y guardo las 2 centenas para sumarlas con las de la columna inmediata diciendo: 4 centenas y 2 que llevaba, son 6 centenas, y 2 centenas son 8 centenas, y 5 centenas son 13 centenas: en 13 centenas hay 3 centenas y *un* millar, pongo el 3 debajo de las centenas de los sumandos, y guardo el millar para sumarlo con los millares de la columna inmediata; pero como no los hay, coloco el 1 al lado izquierdo del 3, y tengo que la suma de los cuatro números propuestos es *mil trescientos treinta y cuatro*.

49 *P.* Se necesita, al sumar cada columna, repetir si son unidades, decenas &c.?

*R.* No señor: ántes se ha hecho para entender bien la operacion, pero en la práctica se suman los guarismos de cada columna como si espresasen unidades, y despues de colocar debajo de la columna que se suma, las unidades sencillas que resulten, se llevan para sumar con los guarismos de la columna inmediata de la izquierda tantas unidades como decenas resultaron en la suma de la columna anterior; v. gr. si me diesen para sumar los números 47259, 20503, 49, 625 y 15903, los pondria los unos debajo de los otros, como he dicho, y aquí se presenta:

| |
|---:|
| 47259 |
| 20503 |
| 49 |
| 625 |
| 15903 |
| 84339 |

Y despues de tirada la raya, diría: 9 y 3 son 12, y 9 son 21, y 5 son 26, y 3 son 29: coloco el 9 debajo de dicha columna, y reservo el 2 para la inmediata, en la cual digo: 5 y 2 que llevaba son 7, y 0 son 7, y 4 son 11, y 2 son 13; pongo el 3 debajo de dicha columna, y reservo el 1 para la inmediata, en la cual digo: 2 y 1 que llevo son 3, y 5 son 8, y 6 son 14,

y 9 son 23; pongo el 3, y llevo 2 para la columna siguiente, en la que digo: 7 y 2 que llevo son 9, y 5 son 14; pongo el 4, y llevo 1 para la columna inmediata, en que digo: 4 y 1 que llevaba son 5, y 2 son 7, y 1 son 8, que pongo debajo, y tengo *en ochenta y cuatro mil trescientos treinta y nueve* la suma de los cinco números propuestos.

50 *P.* Qué cuestiones conducen en la sociedad á ejecutar la operacion de sumar?

*R. Todas aquellas en que se trata de averiguar cuánto componen juntas muchas cosas de una misma especie.*

51 *P.* Se deberán poner los niños muy corrientes en esta operacion?

*R.* Sí señor: lo mismo que en todas las demas, porque ocurren con mucha frecuencia: y por eso se ponen aquí varios ejemplos, como suelen venir propuestos comunmente, para que los niños se ejerciten en ellos.

1.er ejemplo en abstracto: si me propusiesen sumar los números 27932, 4800, 59350, 39, 5, 27, y 8529, colocaría los sumandos, y ejecutaría la operacion como aquí se presenta: y diría que la suma era *cien mil seiscientos ochenta y dos.*

```
 27932
  4800
 59350
    39
     5
    27
  8529
------
100682
```

2.° ejemplo: un padre pregunta á su hijo los niños que hay en la escuela; el niño le responde que no los ha contado; pero si luego se acuerda de que hay 17 en la clave; 13 en carteles; 9 leyendo; 11 escribiendo, y 6 que se dedican á la Aritmética, se halla en estado de responder á la pregunta de su padre; para lo cual no tiene mas que sumar todos estos números, y ejecutando la operacion como aquí se vé:

```
17
13
 9
11
 6
--
56
```

Hallará que hay en la escuela *cincuenta y seis* niños.

3.er ejemplo: si me dijesen que un sugeto tenía por su empléo 45249 rs. anuales; que una dehesa le producía 79250 rs.; que las casas le daban 27200 rs.; las demas haciendas 8527 rs.; y los rebaños de ganado 15208 rs.; y me preguntasen, cuánta era la renta anual de este sugeto, advertiría que lo debía ejecutar por la operacion de sumar; por consiguiente, colocaría los sumandos, y ejecutaría la operacion como he dicho, y sacaría que la renta del sugeto era 175434 reales.

## CAPÍTULO III.

### *De la operacion de restar ó de la sustraccion.*

52 *P.* Qué es restar?

*R.* Restar es *averiguar la diferencia que hay entre dos números homogéneos;* la operacion por medio de la cual se ejecuta esto se llama *sustraccion,* el número de que se ha de restar *minuendo*, el que se resta *sustraendo*, y lo que resulta de la operacion *resta, esceso ó diferencia.* Esta operacion se indica con el signo — que se lee *ménos;* así, $7-4=3$, quiere decir que *quitando* 4 *de* 7 *quedan* 3, y se lee: *siete ménos cuatro igual tres.*

53 *P.* Hay alguna cosa que indique cuál es el minuendo y cuál el sustraendo?

*R.* Sí señor: el minuendo es el número que lleva antepuesta la preposicion *de*; y el sustraendo el otro; ó de otro modo, el minuendo es el mayor, y el sustraendo el menor.

54 *P.* Cómo se ejecuta la operacion de restar?

*R.* *Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas etc.; se tira despues una raya debajo del sustraendo; se vé la diferencia que hay entre las unidades del sustraendo y las del minuendo, ó lo que es lo mismo, se vé las unidades que faltan á las del sustraendo para que ten-*

*ga las mismas que el minuendo, y las que le falten se ponen debajo de la raya en la columna de las unidades; se ejecuta lo mismo con las decenas, centenas, millares, etc.; y el número que salga debajo de la raya será la resta.*

55 *P.* Me podréis aplicar esto á un ejemplo?

*R.* Sí señor: si me dijesen que restase de 8579, el número 3275, advertiría que el número que lleva antepuesta la preposicion *de* es el 8579; por consiguiente este es el minuendo, y por lo mismo colocaré el sustraendo 3275 debajo de él como aquí se vé:

$$\begin{array}{r} 8579 \\ 3275 \\ \hline 5304 \end{array}$$

Despues de tirada la raya diré: de 5 unidades á 9 unidades, cuántas van? esto es, averiguaré cuántas unidades le faltan al 5 para convertirse en 9, lo cual es fácil, pues teniendo presente la tabla de la operacion de sumar, advertiré desde luego que le faltan 4 unidades; ó si esto se me olvida, iré añadiendo sucesivamente la unidad al 5 hasta que se convierta en 9, y veré que le tengo que añadir 4 veces dicha unidad, por lo que digo que le faltan 4 unidades, y coloco este guarismo 4 debajo de la raya en la columna de las unidades. Paso despues á las decenas, y digo; de 7 decenas á 7 decenas, cuántas van? y como á 7 decenas no le falta ninguna decena para convertirse en 7 decenas, digo que van 0 decenas, y pongo este guarismo debajo de la raya en la columna de las decenas; paso ahora á las centenas, y digo: de 2 centenas á 5 centenas, cuántas van? y como á 2 centenas le faltan 3 centenas para convertirse en 5 centenas, coloco el 3 debajo de las centenas; paso inmediatamente á los millares, y digo: de 3 millares á 8 millares, cuántos van? y como á 3 millares le faltan 5 millares para convertirse en 8 millares, colocaré debajo de los millares el guarismo 5, y tendré que la diferencia entre los dos números propuestos es 5304.

56 *P.* Se necesita ir nombrando, al hallar cada

diferencia parcial la especie de unidades que espresa cada guarismo?

*R.* No señor: se pueden considerar todos los guarismos, al ejecutar la operacion, como si solo espresasen unidades. Por ejemplo: si me dijesen que hallase la diferencia entre los números 625867 y 324705, los colocaría como he dicho y aquí se vé:

| |
|---|
| 625867 |
| 324705 |
| 301162 |

Y despues de tirada la raya, practicaré la operacion diciendo solamente: de 5 á 7, cuántas van? veo que son 2 y las pongo; continúo: de 0 á 6, cuántas van? van 6 que pongo debajo; y continuando del mismo modo, hallaré que la resta es 301162.

57 *P.* Se necesita ir repitiendo en cada columna la pregunta *cuántas van*?

*R.* Al principio si señor: por la menor dificultad que encontrarán los niños en hacer la operacion; pero despues no, y solo se espresan las palabras que son indispensables, como en este ejemplo: si de 286187 quiero restar 153064, colocaré los números, y tiraré la raya como aquí se presenta:

| |
|---|
| 286187 |
| 153064 |
| 133123 |

Y diré: de 4 á 7 van 3: de 6 á 8 van 2; de 0 á 1 va 1; de 3 á 6 van 3; de 5 á 8 van 3; y de 1 á 2 va 1; y colocando cada uno de estos guarismos debajo de sus correspondientes, hallo que la resta es 133123.

58 *P.* Hay alguna particularidad en la operacion de restar?

*R.* Sí señor: aunque el minuendo siempre debe ser mayor que el sustraendo, suele acontecer que alguno ó algunos de los guarismos del sustraendo sea mayor que su correspondiente en el minuendo, y en este caso para poder ejecutar esta resta parcial, *se toma una unidad del guarismo inmediato de la izquierda, y como vale 10 respecto de aquel que está á su derecha, se añaden estas 10 á las unidades que habia en dicho lugar: de esta suma siempre se podrá*

*restar el guarismo que le corresponde, y se pondrá la resta debajo: luego, se considera el guarismo siguiente del minuendo como con una unidad ménos;* pero es mas análogo con el modo de proceder en las demas operaciones *el añadir esta unidad al guarismo del sustraendo, dejar el del minuendo conforme era, y hallar la diferencia.*

59 *P.* Cómo haréis sensible esto?

*R.* Con este ejemplo: si me pidiesen que hallase la diferencia entre los números 45296 y 31578, los colocaría como he dicho (54):

| |
|---:|
| 45296 |
| 31578 |
| 13718 |

Y despues de tirada la raya diría: de 8 á 6 no puede ser, es decir, que al 8 no le faltan ningunas unidades para convertirse en 6, ó que no puedo quitar 8 á quien solo tiene 6; por lo mismo tomo una unidad del guarismo inmediato, que es 9, y como dicha unidad vale 10 respecto de las del 6, las sumo y tengo 16, de cuya suma ya puedo restar el 8, y digo: de 8 á 16 van 8, que pongo debajo; ahora podría considerar al 9 como 8 por haberle quitado una unidad, y decir de 7 á 8 va 1; pero es mejor acostumbrarse á añadir dicha unidad al guarismo del sustraendo, y así diré: 7 y 1 que llevo son 8, de 8 á 9 va 1, que coloco debajo; paso á la columna inmediata, y digo: de 5 á 2 no puede ser; tomaré una unidad del guarismo inmediato, y hallaré que de 5 á 12 van 7, que pongo debajo y llevo 1; 1 y 1 son 2, de 2 á 5 van 3, que pongo, y no llevo nada; de 3 á 4 va 1, que pongo debajo, y resulta que la diferencia es 13718.

60 *P.* No suelen ocurrir algunos otros casos?

*R.* Sí señor: *cuando el minuendo termina en ceros, ó cuando hay ceros entre los guarismos del minuendo.* En el primer caso, *se considera el primer* o *de la derecha como 10, y todos los demas como 9, teniendo cuidado de considerar con una unidad ménos al primer guarismo significativo que se encuentre.* En el segundo caso, puede ocurrir el que, al hacer



la resta del guarismo ántes de llegar á los ceros, sea preciso tomar una unidad de la izquierda, ó que no se necesite; si se tomase una unidad, *se considerarán despues todos los* o *como* 9, *y el primer guarismo significativo que se encuentre con una unidad ménos;* y si no se hubiese tomado unidad, *se considerará el primer* o *como* 10 *y los demas como* 9, *no olvidándose de rebajar una unidad al primer guarismo significativo que se encuentre.* Pero lo mejor de todo es *dejar los guarismos del minuendo como son, y cuando para ejecutar una resta parcial se necesite tomar una unidad, tener cuidado de añadirla al guarismo siguiente del sustraendo.* De todo lo cual hay aquí ejemplos. Primer caso: si quiero reatar 32759 de 45000, colocaré estos números como he dicho (54) y aquí se vé:

```
 45000
 32759
 -----
 12241
```

Y despues de tirada la raya, diría: de 9 á 10 va 1; de 5 á 9 van 4; de 7 á 9 van 2; de 2 á 4 (y no á 5, por ser el primer guarismo significativo que se encuentra) van 2; de 3 á 4 va 1; y colocando cada uno de estos guarismos en su lugar correspondiente, saco la resta 12241.

Segundo caso: si quiero restar 675847265 de 3800070003, los colocaré como aquí se ve:

```
 3800070003
  675847265
 ----------
 3124222738
```

Y diré: de 5 á 3 no puede ser, de 5 á 13 van 8; de 6 á 9 (y no á 10, porque se ha tomado una unidad para hacer la resta anterior) van 3; de 2 á 9 van 7; de 7 á 9 van 2; de 4 á 6 (y no á 7 por ser el primer guarismo significativo despues de los ceros) van 2; de 8 á 10 (porque para hacer la resta anterior no se ha tomado ninguna unidad) van 2; de 5 á 9 van 4; de 7 á 9 van 2; de 6 á 7 va 1; de nada á 3 van 3; y saco la resta 3124222738.

Considerando cada guarismo del minuendo como lo que él sea, y llevando una unidad cuando se necesite; diría: de 5 á 13 von 8 y llevo 1; 1 que llevo y 6 son 7, de 7 á 10 van 3 y llevo 1; 1 que llevo y 2

son 3, de 3 á 10 van 7 y llevo 1; 1 y 7 son 8, á 10 van 2 y llevo 1; 1 y 4 son 5, á 7 van 2 y no llevo nada; de 8 á 10 van 2 y llevo 1; 1 y 6 son 7, á 8 va 1 y no llevo nada; 3 es 3; con lo que saco la misma resta que ántes. Aunque cada uno puede seguir el método que le parezca mas fácil, aconsejamos á los principiantes que se acostumbren á este último.

61 *P.* Qué cuestiones conducen á ejecutar la operacion de restar?

*R.* Aquellas en que se trata de averiguar la diferencia entre dos números, ó de saber cuanto le falta á un número para que sea igual con otro; como se manifiesta en los siguientes ejemplos.

1.° Si me pidiesen que hallase la diferencia entre los números 8231785 y 5371967, ejecutaría la operacion como he dicho (54), y aquí se ve:

| |
|---|
| 8231785 |
| 5371967 |
| 2859818 |

Y sacaría por resta el número 2859818.

2.° Un sujeto tiene de renta anualmente 56298 reales, y gasta 38179; si quisiera averiguar lo que ahorraba cada año, lo ejecutaría restando el gasto anual de la renta, y hallaría que ahorraba 18119 reales.

3.° Un mercader compró 8000 piezas de paño; le quedan 5672, y quiere averiguar las que ha vendido. Restando de las 8000 piezas que compró, las 5672, en la resta 2328 tendrá las que ha vendido,

4.° Un padre quiere sacar á su hijo de la escuela el último dia del mes de agosto; se lo dice á su hijo el dia 18 del mismo mes; y como el mes de agosto tiene 31, para averiguar el niño los dias que le faltan estar en la escuela, no tiene mas que restar 18 de 31; y ejecutándolo (54), hallará que todavía tiene que ir 13 dias á la escuela.

62 *P.* Hay medios para averiguar si una operacion de sumar ó restar está equivocada?

*R.* Sí señor: para cada operacion hay su *prueba*, que es *una nueva operacion, por medio de la cual se averigua si otra ejecutada ántes está bien hecha:* la

operacion de sumar se prueba restando; pero es complicada, y por lo mismo no haré mencion de ella, porque mas bien es un objeto de curiosidad que de utilidad. La operacion de restar se prueba *sumando el sustraendo con la resta, y si la suma es igual con el minuendo, es prueba de que la operacion está bien hecha; si no, no lo será*; por ejemplo: si quisiera averiguar si la operacion (59) estaba bien ejecutada, no haría mas que tirar una raya debajo de la resta, y sumar como aquí se vé el sustraendo 31578 con la resta 13718.

| |
|---:|
| 45296 |
| 31578 |
| 13718 |
| 45296 |

Y saco la suma 45296 que es igual con el minuendo; por lo que digo que la operacion estaba bien practicada. Esta prueba es tanto mas espedita, cuanto no es necesario tampoco tirar ninguna raya, porque se puede ir sumando el sustraendo con la resta y viendo al mismo tiempo si van saliendo los guarismos del minuendo.

## CAPÍTULO IV.

### *De la multiplicacion.*

63 *P.* Qué es multiplicar?

*R.* Multiplicar es *tomar un número tantas veces como unidades tiene otro.* La operacion por medio de la cual se ejecuta esto, se llama *multiplicacion;* el número que se ha de tomar cierto número de veces se llama *multiplicando*; aquel que con sus unidades espresa las veces que se ha de tomar el multiplicando, se llama *multiplicador*; y lo que resulta de la operacion se llama *producto*; al multiplicando y multiplicador juntos se les da el nombre de *factores del producto.* La operacion se indica con un punto ó con este signo × que se lee *multiplicado por*; así, $4 . 3 = 12$ ó $4 \times 3 = 12$, quiere decir que *multiplicando el 4 por 3 resulta 12,* y se lee: *cuatro multiplicado por tres igual doce.*

64 *P.* Qué es lo que se necesita saber ante todas cosas para la multiplicacion?

*R. El producto que resulta de multiplicar entre sí los números dijitos*; y por esto es indispensable aprender de memoria la tabla siguiente:

| | |
|---|---|
| 1 por 1 es 1. | 4 por 4 son 16. |
| 1 por 2........ 2. | 4 por 5...... 20. |
| 1 por 3........ 3. | 4 por 6...... 24. |
| 1 por 4........ 4. | 4 por 7...... 28. |
| 1 por 5........ 5. | 4 por 8...... 32. |
| 1 por 6........ 6. | 4 por 9...... 36. |
| 1 por 7........ 7. | |
| 1 por 8........ 8. | 5 por 5 son 25. |
| 1 por 9........ 9. | 5 por 6...... 30. |
| | 5 por 7...... 35. |
| 2 por 2 son 4. | 5 por 8...... 40. |
| 2 por 3...... 6. | 5 por 9...... 45. |
| 2 por 4...... 8. | |
| 2 por 5...... 10. | 6 por 6 son 36. |
| 2 por 6...... 12. | 6 por 7...... 42. |
| 2 por 7...... 14. | 6 por 8...... 48. |
| 2 por 8...... 16. | 6 por 9...... 54. |
| 2 por 9...... 18. | |
| | 7 por 7 son 49. |
| 3 por 3 son 9. | 7 por 8..... 56. |
| 3 por 4...... 12. | 7 por 9...... 63. |
| 3 por 5...... 15. | |
| 3 por 6...... 18. | 8 por 8 son 64. |
| 3 por 7...... 21. | 8 por 9...... 72. |
| 3 por 8...... 24. | |
| 3 por 9...... 27. | 9 por 9 son 81. |

10 por 10 son..... 100.
10 por 100......... 1000.
10 por 1000........ 10000.
10 por 10000...... 100000.
10 por 100000 .... 1000000.

65 *P.* Cuántos casos ocurren en la multiplicacion?

*R.* *Tres: multiplicar un número dijito por otro dijito; multiplicar un número compuesto por uno dijito, ó un dijito por un compuesto; y multiplicar un número compuesto por otro compuesto.*

66 *P.* Qué hay que hacer para multiplicar un número díjito por otro díjito?

*R.* *Saber bien de memoria la tabla anterior*, pues en ella se contienen todos los productos de los números de un solo guarismo.

67 *P.* Y para multiplicar uno compuesto por uno díjito, ó un díjito por un compuesto?

*R.* *Se pone el dijito debajo de las unidades del compuesto, y se tira una raya por la parte inferior; se multiplica el guarismo que espresa las unidades del multiplicando, que es el compuesto, por el multiplicador, que es el dijito; si en este producto hay solo unidades, se colocan debajo de las unidade de los factores: si contiene solo decenas, se pone* o *en lugar de las unidades, y se guardan las decenas para añadirlas al producto de las decenas de la columna inmediata: y si contiene decenas y unidades, se ponen las unidades debajo de las unidades de los factores, y se guardan las decenas para añadirlas al producto de las decenas de la columna inmediata. Despues se multiplican las decenas del mutiplicando por el mismo multiplicador; á su producto se añaden las que se llevaban del producto de las unidades, y se colocan las decenas que resulten debajo de las decenas, guardando las centenas, si las hay, para añadirlas al producto de las centenas de la columna inmediata. Luego, se multiplican por el mismo multiplicador las centenas del multiplicando, á cuyo producto se añaden las que se llevaban del producto de las decenas, y así se continúa hasta que no haya mas guarismos en el multiplicando; y si en el último producto hay algunas unidades de especie superior que llevar, se colocan á la izquierda, y el número que*

*sale debajo de la raya es el producto pedido.*

68 *P.* Cómo haréis esto sensible?

*R.* Con un ejemplo: supongamos que se quiere multiplicar el número 356 por 4, ó 4 por 356; colocaré el 4 debajo del 356 como he dicho (67), y aquí se vé:

356
4
———
1424

Tiro debajo una raya, y empiezo á multiplicar por las unidades del multiplicando, diciendo: 6 por 4 son 24 que son unidades; y como en 24 hay dos decenas y 4 unidades, coloco el 4 debajo de las unidades de los factores, y guardo las dos decenas para añadirlas al producto de las decenas; y digo: 5 por 4 son 20, y 2 que llevaba son 22, y como en 22, que son decenas, hay 2 centenas y 2 decenas, pongo las 2 decenas debajo de las de los factores, y guardo las 2 centenas para añadirlas al producto de la columna siguiente, en la cual digo: 3 por 4 son 12, y 2 que llevaba son 14, que son centenas; y como en 14 centenas hay un millar y 4 centenas, coloco las 4 centenas debajo de las de los factores, y guardo el 1 millar para añadirlo al producto de la columna siguiente; pero como ya no hay mas guarismos en el multiplicando, coloco el 1 hácia la izquierda del 4, y saco que 356 multiplicado por 4 da 1424.

69 *P.* Me podréis esplicar esto mismo, prescindiendo de si lo que resulta de los productos parciales espresa unidades, decenas &c.?

*R.* Sí señor: aquí se han puesto todas las palabras, porque, como es el primer ejemplo, se necesita imponerse bien en lo que se hace; pero en la práctica no se necesitan mas palabras que las que se ven en el ejemplo siguiente. Supongamos que quiera multiplicar 28974 por 7; colocaré los números como he dicho (67) y aquí se vé:

28974
7
———
202818

Y despues de tirada la raya diré: 4 por 7 son 28, pongo el 8 y llevo 2; 7 por 7 son 49, y 2 que llevaba son 51, pongo



1 y llevo 5; 9 por 7 son 63, y 5 que llevaba son 68, pongo 8 y llevo 6; 8 por 7 son 56, y 6 que llevaba son 62, pongo 2 y llevo 6; 2 por 7 son 14, y 6 que llevaba son 20, pongo 0 y llevo 2, que como no hay mas guarismos en el multiplicando, pongo á la izquierda del 0, y tengo en 202818 el producto de 28974 por 7.

70 *P.* Cómo se multiplica un número compuesto por otro compuesto?

*R. Se toma por multiplicador el que tiene ménos guarismos, y se pone debajo del multiplicando, que es el otro número, de modo que se correspondan unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas etc.; se tira una raya; se multiplica todo el multiplicando por las unidades del multiplicador* (67), *cuyo producto se pone debajo de la raya, de modo que caigan las unidades, decenas etc. debajo de las de los factores; despues se multiplica todo el multiplicando por las decenas del multiplicador; y se coloca este producto debajo del anterior, corriéndole un lugar hácia la izquierda; luego, se multiplica todo el multiplicando por las centenas del multiplicador, y se coloca este producto debajo del antecedente, corriéndole tambien un lugar hácia la izquierda; y así se continúa hasta que no haya mas guarismos en el multiplicador. Despues se tira debajo de estos productos parciales otra raya, se suman, y su suma es el producto pedido.*

71 *P.* Me podréis manifestar esto con un ejemplo?

*R.* Sí señor: supongamos que hay que multiplicar 9658 por 734; tomaré por multiplicador el 734, porque es el menor, y le colocaré debajo del multiplicando 9658 en esta forma:

```
   9658
    734
-------
  38632
 28974
67606
-------
7088972
```

Y despues de tirada la raya, empezaré multiplicando (69) el 9658 por 4, que espresa las unidades del multiplicador. Paso luego á multiplicar todo el multiplicando 9658 por el 3 que espresa las decenas del multiplicador,

colocando el primer guarismo 4 de este producto debajo del 3 del producto anterior. Multiplico despues todo el multiplicando por el 7 que espresa las centenas del multiplicador, colocando el primer guarismo 6 de este producto debajo del 7 del anterior. Tiro una raya, porque ya no hay mas guarismos en el multiplicador, y sumo (47) todos estos productos parciales; y en la suma 7088972 tengo el producto de los dos números propuestos.

72 *P.* Hay algunos casos en que se abrevie la multiplicacion?

*R.* Sí señor, en cuatro casos: 1.º *cuando uno de los factores es la unidad; 2.º cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros; 3.º cuando uno de los factores ó ambos acaban en ceros; y 4.º cuando el multiplicador tiene ceros entre sus guarismos significativos.*

73 *P.* Cuando uno de los factores es igual con la unidad, ¿cómo se hace la operacion?

*R.* *En este caso el producto es igual con el otro factor*; por ejemplo, el producto de 753 por 1 es el mismo 753.

74 *P.* Cómo se hace la multiplicacion cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros?

*R.* *Se ponen á continuacion del otro factor tantos ceros como hay despues de la unidad.* Por ejemplo: si quiero multiplicar 528 por 100, añadiré dos ceros al 528, y tendré el producto, que es 52800; si quiero multiplicar 280 por 10000, añadiré cuatro ceros al 280, y tendré que el producto será 2800000.

75 *P.* Cómo se abrevia la multiplicacion cuando uno de los factores ó ambos terminan en ceros?

*R.* *Se hace la operacion como si no hubiese ceros, multiplicando solo los guarismos significativos, y añadiendo despues á este producto tantos ceros como habia en ambos factores juntos.*

1.er ejemplo. Si tuviese que multiplicar 538 por 600, multiplicaría 538 por 6; y ejecutando la operacion como aquí se vé:



Tengo el producto 3228, que si le añado dos ceros, que son los que hay en el multiplicador, hallaré el verdadero producto 322800. Para que no se olviden los ceros que se deben añadir, se ponen á continuacion del factor en que se hallan, pero la colocacion de los factores se hace como si no hubiese tales ceros; así, la operacion anterior se ejecuta poniendo los factores 538 y 600 en esta forma:

538
6
———
3228

Se multiplica como ántes el 538 por el 6, y añadiéndole dos ceros al producto 3228, tendré 322800 que será el verdadero.

538
600
———
322800

2.º ejemplo: si tuviese que multiplicar 82700 por 48, colocaría los números como aquí se vé:

Multiplicaría (70) el 827 por 48; y al producto 39696, le añadiría dos ceros, que son los que hay en el multiplicando, y 3969600 sería el producto verdadero.

82700
48
———
6616
3308
———
3969600

3.er ejemplo: si tuviese que multiplicar 742000 por 3500, colocaría los números como aquí se vé:

Los multiplicaría como si no hubiese ceros, y al producto 25970 le añadiría cinco ceros, que son los que hay en ambos factores juntos, y tendría el verdadero producto de 742000 por 3500 en el número 2597000000.

742000
3500
———
3710
2226
———
2597000000

76 *P.* Cómo se abrevia la operacion cuando los ceros están en medio de los guarismos significativos del multiplicador?

*R. En este caso se multiplica el multiplicando por los guarismos significativos que hay en el multiplicador hasta llegar á los ceros; en llegando á los ceros no se multiplica par ellos, y se pasa á multiplicar por*

*los demas guarismos significativos; pero teniendo cuidado de correr el primer producto hácia la izquierda tantos lugares mas uno, cuantos ceros hay*, es decir, que si hay un cero se debe correr el primer producto dos lugares, si dos ceros tres lugares &c. Por ejemplo: si tuviese que multiplicar 2576924 por 1000503, colocaría los factores en esta forma:

| |
|---:|
| 2576924 |
| 1000503 |
| 7730772 |
| 12884620 |
| 2576924 |
| 2578220192772 |

Multiplicaría todo el multiplícando por 3, lo que me da el producto parcial 7730772; como despues del 3 hay un cero en el multiplicador, paso á multiplicar por el primer guarismo significativo que encuentro, que es el 5, y coloco este producto, de modo que su primer guarismo o caiga debajo del segundo 7 del producto parcial antecedente, esto es, corriéndole dos lugares hácia la izquierda, porque solo hay un cero. Como despues vuelvo á encontrar ceros, paso á multiplicar por el guarismo significativo que hay despues de ellos, que es el 1, coloco el producto cuatro lugares mas hácia la izquierda respecto del producto parcial antecedente, porque aquí hay tres ceros; sumo despues estos productos, y saco que 2576924 multiplicado por 1000503 da 2578220192772 por producto.

77 *P.* Bajo cuántos aspectos se presentan en la sociedad las cuestiones que conducen á la multiplicacion?

*R. Bajo tres*: 1.° *cuando se dice que se quiere hacer á un número cierto número de veces mayor*; 2.° *cuando conocido el valor de una unidad se quiere averiguar el de muchas*; *y* 3.° *cuando se quieren reducir unidades de especie superior á unidades de especie inferior.*

78 *P.* Cómo se hace á un número cierto número de veces mayor?

*R. Multiplicándole por aquel que espresa con sus*

*unidades las veces que se le quiere hacer mayor*; v. gr., si al 586 le quiero hacer 47 veces mayor, multiplicaré el 586 por 47, y tendré que el producto 27542 es un número 47 veces mayor que el 586. Cuando el número de veces que se quiere hacer mayor un número es pequeño, no se dice claramente en el lenguage vulgar, y así debo advertir que estas palabras tomar el *duplo* de un número, el *triplo*, el *cuádruplo*, el *quintuplo* &c. ó *duplicar*, *triplicar*, *cuadruplicar*, *quintuplicar* &c. equivalen á multiplicar dicho número por 2, por 3, por 4, por 5 &c. Tambien se dice *céntuplo* de un número, ó *centuplicar* un número cuando se le quiere multiplicar por 100.

79 *P.* Cuando se conoce el valor de una unidad ¿cómo se conoce el valor de muchas?

*R. Multiplicando el valor de la unidad por el número de unidades.*

1.er ejemplo: quiero saber cuanto valen 86 libros á 4 reales. Multiplicaré el número de libros, que es 86, por el valor de uno de ellos, que es 4 reales, y saco que valen 344 reales.

2.º ejemplo: si quiero averiguar lo que valen 89129 varas de paño á 50 reales la vara, multiplicaré el número de varas 89129 por el valor de una de ellas, que es 50 reales, y hallaré que valen 4456450 reales.

3.er ejemplo: si quiero averiguar el valor de 2725 arrobas de aceite, valiendo la arroba á 108 reales, multiplicaré estos dos números entre sí, como he dicho (76), y sacaré que valen 294300 reales.

80 *P.* Cómo se reducen unidades de especie superior á unidades de especie inferior?

*R. Multiplicando el número de unidades de especie superior por aquel número que con sus unidades espresa las unidades de especie inferior de que se compone la mayor.*

1.er ejemplo: quiero saber cuantos pies tienen 8 varas; como la vara es la unidad de especie supe-

rior, y se compone de 3 pies, multiplicaré el número 8 de varas por 3, y tendré en el producto 24, los pies que hay en 8 varas.

2.º ejemplo: quiero saber cuantas libras hay en 754 arrobas; como la arroba se compone de 25 libras, multiplicaré las 754 arrobas por 25, y sacaré el producto 18850, que espresa las libras de que se componen las 754 arrobas.

3.er ejemplo: quiero averiguar cuántos maravedises hay en 83 doblones; para esto multiplicaré el 83 por los maravedises que tiene un doblon, que son 2040, y sacaré que son 169320 maravedises; pero como no es fácil conservar en la memoria las unidades de especie inferior, de que se compone la superior, cuando hay otras unidades intermedias, y lo que se conserva con facilidad es el órden con que se suceden las unidades, es mucho mas cómodo en estos casos el irlas reduciendo sin interrupcion. Así, en el ejemplo propuesto, veré primero cuántos pesos hay en los 83 doblones; despues los pesos que saque, veré los reales que componen, y luego este número de reales veré los maravedises que tienen, como se presenta en (A).

Primero multiplico los 83 doblones por 4, que son los pesos que tiene un doblon, y saco 332 pesos: multiplico despues estos 332 pesos por 15, que son los reales que tiene un peso, y saco 4980 reales; luego, multiplico este número de reales por 34, que son los maravedises que tiene un real, y saco que los 83 doblones contienen 169320 maravedises.

4.º ejemplo: quiero averiguar cuánto importan 87 quintales de seda á 12 reales la onza. Aquí primero tengo que ver las onzas que hay en 87 quintales, y luego multiplicar el número que resulte de onzas por 12 reales, que es su valor; lo que haré como se manifiesta en (B).

Multiplico los 87 quintales por 4, que son las arrobas que hay en el quintal, y saco 348 arrobas; multiplico despues estas arrobas por 25, que son

las libras de que se compone la arroba, y saco 8700 libras; multiplico despues este número de libras por 16, que son las onzas de que se compone la libra, y saco que los 87 quintales tienen 139200 onzas; y multiplicando ahora este número de onzas por 12 reales, valor de la onza, tendré 1670400 reales, que será el valor de los 87 quintales de seda á 12 reales la onza.

(A)

```
   83 doblones.
    4
 ________
  332   pesos.
   15
 ________
 1660
 332
 ________
 4980   reales.
   34
 ________
 19920
 14940
 ________
 169320   mrs.
```

(B)

```
   87 quintales.
    4
 ________
  348   arrobas.
   25
 ________
 1740
 696
 ________
 8700   libras.
   16
 ________
 52200
 8700
 ________
 139200   onzas.
     12
 ________
 278400
 139200
 ________
 1670400   reales.
```

5.° ejemplo: se quiere saber cuántos minutos primeros hay en 6 dias; para esto reduciré los 6 dias, primero á horas, multiplicando por 24, que son las horas que tiene el dia, el número de los dias, que es 6; despues multiplicaré las horas que me resulten por 60, que son los minutos primeros de que se compone la hora; y ejecutando la operacion como aquí se manifiesta:

```
  24
   6
 ____
 144
  60
 ____
 8640
```

Hallo que en 6 dias hay 8640 minutos primeros,



# CAPÍTULO V.

## *De la operacion de dividir, ó de la division.*

81 *P.* Qué es dividir?

*R.* Dividir es *averiguar cuantas veces un número contiene á otro, ó buscar uno de los factores cuando se da conocido el producto y el otro factor.* La operacion, por medio de la cual se ejecuta esto, se llama *division;* el número que ha de contener, ó lo que es lo mismo, el que se ha de dividir se llama *dividendo;* el que ha de estar contenido, ó aquel por el que se ha de partir, se llama *divisor;* y lo que resulta *cociente.* La operacion se indica con dos puntos, ó escribiendo el dividendo, debajo una —, que se lee *dividido por,* y debajo el divisor; así, $12:4=3$ ó $\frac{12}{4}=3$, quiere decir, que *dividiendo* 12 *por* 4 *resulta* 3, y se lee *doce dividido por cuatro igual tres.*

82 *P.* Cuántos casos ocurren en la division?

*R.* *Tres: dividir un número díjito por otro díjito; dividir un compuesto por uno díjito; y dividir uno compuesto por otro compuesto.*

83 *P.* Qué hay que hacer para dividir un número díjito por otro díjito?

*R.* Para dividir un número díjito por otro díjito, y aun uno compuesto solo de dos guarismos por uno díjito, que sea mayor que el guarismo de especie superior del compuesto, *no hay mas que saber los productos que resultan de multiplicar entre sí los números díjitos; porque, considerando al dividendo como un producto, no hay mas que averiguar por qué número se necesita multiplicar el divisor para que el producto sea igual al dividendo, ó el producto inmediatamente inferior á él; y si de repente no ocurre, se va multiplicando mentalmente el divisor por*

*los números dijitos, hasta que se llegue á tener en el producto el dividendo, ó el producto inmediatamente inferior al dividendo; y aquel número, por el que se haya multiplicado el divisor, será el cociente.*

1.er ejemplo: quiero saber cuántas veces el 8 contiene al 2, ó cuánto es 8 dividido por 2; si no veo desde luego por qué número debo multiplicar el 2 para que produzca 8, empezaré multiplicando mentalmente el 2 por todos los números dijitos hasta que encuentre por producto el 8, ó el inferior que mas se le acerque; y así diré: 2 por 1 es 2, y como 2 no es igual con 8, sigo: 2 por 2 son 4, que como 4 no es tampoco igual con 8, continúo diciendo: 2 por 3 son 6, que como no es igual con 8, sigo: 2 por 4 son 8, y como este producto 8 es igual con el dividendo que se me dió, y para hallar este producto he multiplicado el divisor 2 por 4, digo que el cociente de dividir 8 por 2 es 4.

2.º ejemplo: si quisiera averiguar cual era el cociente de dividir 9 por 4, diría, si desde luego no advertía cual era: 4 por 1 es 4, que como no es igual con 9, sigo: 4 por 2 son 8, que como tampoco es igual con 9, continúo: 4 por 3 son 12: y como 12 es mayor que 9, advierto que no cabe un número exacto de veces el 4 en el 9, y que siendo el producto próximo inferior al 9 el 8; digo que cabe 2 veces y algo mas. Lo que debe ser el cociente algo mayor que el número que le corresponde, se indica de este modo: al lado del cociente se pone la diferencia que hay entre el dividendo y el producto que resulta de multiplicar el divisor por el cociente, debajo se pone una raya, y debajo de la raya el divisor: así, como aquí la diferencia entre el dividendo 9 y el producto 8 es 1, y el divisor es 4, el verdadero cociente se indica $2\frac{1}{4}$, y se lee *dos y un cuarto*. Para leer todas estas espresiones, se lee el número que está encima de la raya (que es la resta que queda de haber quitado del dividendo el pro-

ducto del divisor inmediato inferior) con los nombres numerales absolutos, y el que está debajo de la raya con los nombres numerales partitivos, si no llega á 10, ó con los absolutos si llega ó pasa de 10; pero se añade despues de todo la partícula *avos*; y así la espresion $2\frac{9}{14}$ se leerá *dos y nueve catorce avos*.

3.er ejemplo: si quisiese dividir 56 por 7, y no viese desde luego cuantas veces estaba el 7 contenido en 56, ó por qué número debía multiplicar el 7 para que resultase el 56, empezaría diciendo mentalmente: 7 por 1 es 7, veo que le falta mucho para ser igual con 56, por lo que advierto que no tengo necesidad de multiplicar por 2, por 3, ni aun por 4; y así, paso á ver si multiplicándole por 5 produce el 56; y como 7 por 5 son 35, y le falta á 35 mucho para el 56, no multiplicaré por 6, sinó que pasaré á multiplicar por 7, y tendré que 7 por 7 son 49, que como no es igual con 56, paso á multiplicar por 8, y tengo que 7 por 8 son 56; y como 56 es el dividendo, digo entónces que el 7 está contenido 8 veces en 56.

84 *P*. Conviene que los niños se ejerciten en hallar estos cocientes?

*R*. Sí señor: porque en esto consiste toda la dificultad de la division, y este es el motivo de ponerles aquí todavía algunos ejemplos para que hallen por sí mismos los cocientes, haciendo mentalmente estas multiplicaciones hasta que lleguen al producto igual con el dividendo, ó al inmediatamente inferior. Y aunque les parezca que tardan algo, no importa, porque de este modo están seguros de no equivocarse, y se pondrán en muy poco tiempo tan corrientes, que á primera vista los conocerán.

1.er ejemplo: 28 dividido por 4 da 7 por cociente.

2.° ejemplo: 47 dividido por 6 da $7\frac{5}{6}$ por cociente.

3.er ejemplo: 39 dividido por 4 da $9\frac{3}{4}$ por cociente.



4.° ejemplo: 58 dividido por 7 da $8\frac{2}{7}$ por cociente.

85 *P.* Cómo se divide un número compuesto por uno díjito?

*R. Se coloca el divisor á la derecha del dividendo, correspondiéndose en un mismo renglon; se tira entre los dos una raya de arriba abajo, y se tira otra raya debajo del divisor. Hecho esto, se toma el guarismo de especie superior del dividendo, que es el que está mas hácia la izquierda, y se vé cuantas veces en este guarismo está contenido el divisor, y se pone este cociente debajo de la raya que está por la parte inferior del divisor; si el primer guarismo del dividendo es menor que el divisor, no se puede contener este en aquel, se toma otro guarismo mas del dividendo; y para que se sepan los que se han tomado se pone una coma, y se vé cuantas veces en aquel número de dos guarismos se contiene el divisor, poniendo por cociente lo que resulte. Despues se multiplica este cociente por el divisor, y se coloca el producto debajo del guarismo, ó de los dos guarismos que se separaron con la coma en el dividendo; se tira debajo una raya, y se resta este producto del guarismo ó guarismos separados. Al lado de esta resta, ó al lado de* 0 *si no quedó ninguna, se baja el guarismo siguiente, y se vé cuantas veces en esta resta junta con el guarismo que se bajó, está contenido el divisor, y el número que resulte se pone en el cociente á la derecha del guarismo hallado ántes; se multiplica este segundo cociente parcial por el divisor; se coloca el producto debajo del segundo dividendo parcial; se tira una raya y se resta. Al lado de la resta se baja el guarismo siguiente; y se procede del mismo modo hasta que no queden mas guarismos que bajar en el dividendo, teniendo cuidado de ir apuntando con una coma el guarismo que se baja para no equivocarse. Si al fin quedase alguna resta se pone á la derecha del cociente con una raya y el divisor debajo.*

86 *P*. Cómo haréis esto sensible?

*R*. Con un ejemplo: si tuviese que dividir 735 por 5, pondría el divisor á la derecha del dividendo, separándolos con una raya tirada de arriba abajo, y tiraría otra raya debajo del divisor en esta forma:

| Dividendo | Divisor |
|---|---|
| 7,3,5, | 5 |
| 5 | 147 |
| 23 | |
| 20 | |
| 035 | |
| 35 | |
| 00 | |

Separo con la coma el primer guarismo de la izquierda del dividendo, que es el 7, y digo: el 5 en el 7 ¿cuántas veces está contenido? veo que es *una* vez, por lo que pongo 1 debajo de la raya del divisor; multiplico este primer cociente parcial 1 por el divisor 5, y digo: 1 vez 5 es 5, que pongo debajo del dividendo parcial 7; tiro una raya y resto 5 de 7, diciendo: de 5 á 7 van 2, que coloco debajo de la raya. Al lado de este 2 bajo el guarismo siguiente del dividendo que es 3, le apunto arriba y digo: el 5 en 23 ¿cuántas veces está contenido? hallo que son 4, y pongo este segundo cociente parcial á la derecha del primero; le multiplíco por el divisor 5; coloco el producto 20 debajo del segundo dividendo parcial 23, tiro una raya y resto. Al lado de la resta 3 bajo el guarismo siguiente 5, y digo: 5 en 35 ¿cuántas veces está contenido? veo que son 7, pongo este número en el cociente á la derecha del 4, le multiplico por el divisor 5, y coloco el producto 35 debajo del tercer dividendo parcial; tiro una raya y resto; y como no queda nada, ni hay mas guarismos que bajar, digo que el cociente de dividir 735 por 5 es 147.

87 *P*. Hay que tener presentes algunas cosas en esta operacion de dividir?

*R*. Sí señor: lo 1.° *que se debe saber es que no se puede poner de una vez en el cociente nada mas que á 9; lo 2.° que cuando se baja un guarismo,*



*y en él junto con la resta, si la hay, no cabe el divisor, se pone* o *en el cociente; lo* 3.° *que todo número cabe en sí mismo una vez, ó lo que es lo mismo, que si se tiene que dividir un número por sí mismo, el cociente es* 1 *; lo* 4.° *que todo número dividido por la unidad da por cociente el mismo dividendo ; y lo* 5.° *que* o *dividido por cualquier número siempre da* o *por cociente.*

88 *P.* Podréis hacer uso de estas advertencias?

*R.* Sí señor: supongamos que quiera dividir 420723 por 7; colocaré el dividendo y el divisor segun he dicho (85) en esta forma:

```
42,0,7,2,3, | 7
42          |--------
-----       | 60103 2/7
0007
   7
  -----
  023
   21
  -----
   02
```

Separo con la coma dos guarismos en el dividendo, porque el primero 4 es menor que el divisor 7, y digo: 7 en 42 ¿cuántas veces? veo que son 6, y pongo 6 en el cociente: multiplico el 6 por el divisor 7, y el producto 42 le pongo debajo del divedendo parcial 42, tiro la raya y resto. Al lado de la resta oo, bajo el guarismo siguiente, que es o ; y como el o no contiene ninguna vez al 7, ni á ningun otro número, pongo o en el cociente á la derecha del 6; bajo el guarismo siguiente, que es 7, y digo: el 7, ¿cuántas veces está contenido en 7? veo que 1 vez, pongo 1 en el cociente, le multiplico por el divisor 7, y el producto 7 que saco le pongo debajo del dividendo parcial 7, y resto. Al lado de la resta o, bajo el guarismo siguiente 2, y digo: el 7 en 2 ¿cuántas veces? advierto que no cabe ninguna vez, pongo o en el cociente, bajo el guarismo siguiente 3, veo que en 23 cabe tres veces el 7, pongo 3 en el cociente, le multiplico por el divisor 7, y coloco el producto 21 debajo del 23, y resto. Como ya no hay mas guarísmos en el dividendo, pongo la resta 2 á la derecha del cociente con la raya y el divisor

debajo, segun he dicho (83 ejemplo 2.º), y aqui se vé; y digo que el cociente de dividir 420723 por 7 es $60103\frac{2}{7}$

89 *P.* ¿Cómo se ejecuta la operacion de dividir un número compuesto por otro compuesto?

*R. Se coloca el divisor á la derecha del dividendo separándolos con una raya, y poniendo otra debajo del divisor segun se ha dicho en el caso anterior; despues se separan con una coma á la izquierda del dividendo tantos guarismos como tiene el divisor, ó un guarismo mas si en ellos no cabe el divisor. Separados ya estos guarismos, se ve cuantas veces el primer guarismo de la izquierda del divisor está contenido en el primero del dividendo (ó en los dos primeros si se tomó para el primer dividendo parcial un guarismo mas de los que tenia el divisor), y el número de veces que está contenido se pone en el cociente; se multiplica este cociente por todo el divisor, y el producto se coloca debajo del dividendo parcial, se tira una raya y se resta de él. Al lado de la resta se baja el guarismo siguiente, teniendo cuidado de apuntarlo con la coma en el dividendo; y se ve cuantas veces el primer guarismo del divisor está contenido en el primero (si tiene tantos el uno como el otro) ó dos primeros del dividendo (si tuviese este uno mas que el divisor); se pone este número en el cociente á la derecha del primer cociente parcial, se multiplica por todo el divisor, se tira la raya y se resta. Al lado de la resta se baja el guarismo siguiente; y asi se procede hasta que no haya mas guarismos que bajar; y si al fin queda alguna resta, se pone á la derecha del cociente con una raya y el divisor debajo.*

1.er ejemplo: si quiero dividir 775 por 31, colocaré el divisor 31 á la derecha del dividemdo 775, separándoles con una raya como se ve á la vuelta: y despues de haber tirado otra debajo del divisor, separo á la izquierda del dividendo dos guarismos,

y veo cuantas veces está contenido en el primero, que es 7, el primero del divisor que es 3; hallo que son *dos* veces, y pongo este número 2 en el cociente; ahora debo multiplicar este cociente 2 por todo el divisor 31 y coloco el producto 62 debajo del dividendo parcial 77, tiro la raya y resto. Al lado de la resta 15 bajo el guarismo siguiente que es 5, y como ahora tengo por segúndo dividendo parcial un número que tiene un guarismo mas que el divisor, averiguaré cuantas veces en los dos primeros guarismos de este dividendo está contenido el primero del divisor, y así diré: el 3 en 15 ¿cuántas veces está contenido? veo que son *cinco*, y pongo 5 en el cociente á la derecha del 2; multiplico todo el divisor por este 5 y coloco el producto 155 debajo del dividendo parcial 155; tiro una raya y resto; y como no hay mas guarismos que bajar, ni queda resta, digo que el cociente de dividir 775 por 31 es 25.

```
77,5,  | 31
62     |----
-----  | 25
15 5
15 5
-----
00 0
```

2.° ejemplo: si quiero averiguar cuantas veces cabe el 523 en 388066, colocaré los números como se vé en (A)

```
        (A)                         (B)
3880,6,6, | 523       1736,9,5,2,      |     834
3661      |-----      1668             |------------
-------   | 742       ------           |  2082 564/834
0219 6                0068 9 5
 209 2                  66 7 2
-------               ---------
010 4 6                02 2 3 2
 10 4 6                 1 6 6 8
-------               ---------
00 0 0                 0 5 6 4
```

Separaré cuatro guarismos en el dividendo, y diré: 5 en 38 ¿cuántas veces? son 7, que pongo en el cociente; multiplico el 523 por 7, coloco el producto 3661 debajo del dividendo parcial 3880; tiro

una raya y resto. Al lado de la resta 219 bajo el 6, hallo que el 5 se contiene 4 veces en 21, pongo 4 en el cociente; multiplico este cociente 4 por el divisor 523, y el producto 2092 le coloco debajo del dividendo parcial 2196, y resto. Al lado de la resta 104, bajo el guarismo siguiente 6, veo que el 5 está dos veces contenido en el 10, pongo 2 en el cociente, multiplico por el divisor, resto el producto del dividendo parcial 1046; y como no queda resta, ni hay mas guarismos que bajar, infiero que el cociente de dividir 388066 por 523 es 742.

3.$^{er}$ ejemplo: si quiero dividir 1736952 por 834, ejecutaré la operacion como se vé en (B).

Y hallaré que el cociente es $2082\frac{564}{834}$.

4.° ejemplo: si se divide 3803922 por 729 sale 5218.

90 *P.* Hay mas dificultades en la division?

*R.* Sí señor: los ejemplos resueltos hasta ahora se han elegido de modo que no haya que hacer ningun tantéo; pero suele ocurrir que en el cociente no se debe poner siempre el número que resulta de dividir el primero ó dos primeros guarismos del dividendo por el primero del divisor, sinó que en muchas ocasiones se necesita hacer algun tantéo para averiguar las unidades que se le deben poner de ménos; lo cual detiene mucho á los principiantes, y origina el que muy pocas personas sepan hacer una division, cuando apenas se hallará una que no sepa hasta ejecutar una multiplicacion.

91 *P.* Es esta una gran dificultad?

*R.* No señor: solo lo sería cuando se quisiese esplicar á un mismo tiempo el modo de ejecutar la division y el de hallar el verdadero cociente; pero como esta obrita está destinada para los niños, se han presentado ántes las reglas generales, y se han aplicado á ejemplos, que no presentando ninguna dificultad por parte de los cocientes, manifiestan dicha aplicacion de las reglas generales de la division. Im-

puestos y adiestrados ya los niños en estos ejemplos, se dedicarán ahora á saber cuál es el cociente que deben poner.

92 *P.* Cuándo ocurren estos tantéos?

*R.* Generalmente siempre que el segundo guarismo del divisor sea 5 ó mayor que 5, ó siempre que sea mayor que el primero.

93 *P.* Qué debe hacer un niño al encontrar un divisor de esta especie para no quedarse parado?

*R. Poner en el cociente el número de veces que el primer guarismo del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo;* ejecutar la multiplicacion; y si este producto no es mayor que el dividendo parcial, es prueba de que el cociente no es mayor que el que le corresponde; si es mayor dicho producto, el guarismo puesto en el cociente es mayor de lo que debe, y se le quitará lo ménos una unidad; en caso de no ser un producto del divisor por el cociente hallado mayor que el dividendo parcial, lo que es prueba de no haber puesto un cociente mayor que el verdadero, se ejecuta la resta: y si esta es menor que el divisor, es prueba de que el cociente no es menor que el verdadero; si es igual ó mayor que dicho divisor, es prueba de que el cociente puesto es menor que el que corresponde, y se le debe añadir una unidad lo ménos. Sabiendo ya por las dos observaciones anteriores que un cociente no es mayor ni menor que el verdadero, pueden estar los niños seguros de que el cociente puesto es el que buscaban. Ahora bien, como he dicho (87), que lo mas que se puede poner de una vez en el cociente es 9, y por otra parte lo ménos que se le puede poner es 0, solo hay diez diferentes cocientes parciales que poder poner, y así, el número mayor de tentativas que se podrían hacer serían *nueve.* Mas por la naturaleza de la operacion en ningun caso pueden ocurrir mas de cuatro tentativas; luego no hay motivo para que un principiante se pare al ejecutar

una de estas operaciones: pues aun en el caso de no saber las veces que el primer guarismo del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo, no tiene motivo para detenerse, porque debe poner en este caso un guarismo cualquiera; y averiguando despues si es mayor ó menor que el verdadero, le quitará ó añadirá unidades hasta que llegue á uno que no sea ni mayor ni menor que lo que debe ser, el cual será el verdadero. Este método parecerá algo largo, pero es seguro, no está espuesto á equivocaciones, y un niño, sin auxilio de nadie, ejecutará por medio de él operaciones que son sumamente dificultosas, y aun imposibles para los que desean aprenderlo todo de una vez; y así se pondrán tan diestros en poco tiempo, que no necesitarán hacer ninguna tentativa.

94 *P.* Convendrá que los niños se ejerciten en hacer estas tentativas?

*R.* Sí señor; y por eso hay aquí varios ejemplos.

1.º Quiero dividir 15256 por 59; colocaré el divisor á la derecha del dividendo, y tiraré las rayas como se ha dicho (89) y aquí se vé:

```
152,5,6, | 59
177      |-----
118      | 3
-------  | 2 6
0345        5 9
 354        8 34/59
 295
-------
 0506
  531
  472
-------
  034
```

Separo tres guarismos en el dividendo, y digo: 5, primer guarismo del divisor, ¿cuántas veces cabe en 15, dos primeros guarismos del dividendo? hallo que son *tres* veces, y pongo 3 en el cociente; multiplico el divisor 59 por este cociente 3, y coloco el producto 177 debajo del dividendo parcial 152; y como este producto es mayor que el dividendo, infiero que he puesto en el cociente mas de lo que correspondía, y así le quitaré una unidad al 3 y le pondré á 2; por consiguiente borraré el 3, é igualmente el

producto 177, y colocaré el 2 debajo del 3 borrado, multiplicaré el 59 por dicho cociente 2, y el producto 118 le colocaré debajo del 177 borrado; y como es menor que el dividendo parcial 152, tiro la raya y resto; y como la resta 34 es menor que el divisor 59, infiero que 2 es el verdadero cociente. Al lado de dicha resta bajo el guarismo siguiente 5, hallo que el primer guarismo 5 del divisor está contenido 6 veces en los dos primeros guarismos del segundo dividendo parcial 345, pongo 6 en el cociente á la derecha del 2; ejecuto la multiplicacion y coloco el producto 354 debajo del 345; y como es mayor que él, infiero que el cociente ha de ser menor que 6, por lo que lo borraré; borraré igualmente el producto 354, y pondré 5 en el cociente; ejecuto la multiplicacion de este cociente 5 por el divisor 59 colocando el producto debajo del producto anterior rayado; tiro una raya y resto; y como la resta 50 es menor que el divisor, infiero que 5 es el verdadero cociente. Al lado de esta resta, bajo el guarismo siguiente 6, y digo: 5, primer guarismo del divisor, ¿cuántas veces está contenido en 50, primeros dos guarismos del dividendo parcial 506? advierto que son 10 veces; pero como (87) no puedo jamas poner mas de 9, pondré este guarismo en el cociente, y hago la multiplicacion; mas como el producto 531 es mayor que el tercer dividendo parcial 506, borro el 9 y dicho producto tambien; pongo 8 en el cociente, le multiplico por el divisor, y el producto 472 le resto de 506, y como no hay mas guarismos que bajar, pongo la resta al lado del cociente en la forma dicha (83 ej. 2.°); y escribiendo ahora todos los guarismos en un mismo renglon, como me hubieran resultado si no hubiera querido manifestar los raciocinios que debe hacer el niño, tendré que el cociente de dividir 15256 por 59 es $258\frac{34}{59}$.

2.° Quiero dividir 10569 por 195; coloco los



números como he dicho (89) en esta forma:

| | |
|---|---|
| 1056,9, | 195 |
| 1755 | 9 |
| 1560 | 8 |
| 1365 | 7 |
| 780 | 4 |
| 0276 | 5 8 |
| 975 | 7 |
| 0819 | 6 |
| 1560 | 5 |
| 1365 | 4 $\frac{39}{195}$ |
| 1170 | |
| 975 | |
| 780 | |
| 039 | |

y despues de separar cuatro guarismos para primer dividendo parcial, digo: 1, primer guarismo del divisor ¿cuántas veces está contenido en 10? son 10 veces, pero como no puedo poner mas de 9, pongo este guarismo 9 en el cociente; multiplico el divisor por el cociente, y pongo el producto 1755 debajo del dividendo parcial 1056, veo que es mucho mayor que él, y así rayo el 9 y el producto, y pongo 8 en el cociente; multiplico el 8 por el divisor 195, y como el producto 1560 es mayor que el dividendo parcial 1056, le borro ó rayo, y rayo tambien el cociente 8; pongo 7 en el cociente, le multiplico por el divisor, y como el producto 1365 es todavía mayor que el dividendo parcial, le rayo, y tambien rayo el 7. Si con el fin de ahorrarme algunos tantéos, quiero averiguar si 4 es el verdadero cociente, pondré 4 y despues de ejecutada la multiplicacion, veo que el producto 780 es menor que el dividendo parcial, por lo que estoy ya seguro de que no le he puesto mas de lo que le corresponde; paso á ejecutar la resta, y como encuentro 276, y 276 es mayor que el divisor, advierto que le debo poner á mas; y así, borro ó rayo el 4, y el producto y resta antecedentes, pongo 5 en el cociente, ejecuto la multiplicacion, y como el

producto 975 es menor que el dividendo, digo que no le he puesto de mas; resto, y como saco 81 que es menor que el divisor, digo que tampoco le he puesto de ménos: luego si no le he puesto de mas ni de ménos, es claro que le he puesto lo que le corresponde. Bajo al lado de la resta 81 el guarismo siguiente 9, y digo: 1 en 8, cuántas veces? veo que son 8, pero haciendo las tentativas de ántes, echaré de ver que no le debo poner á 8 ni á 7, ni á 6, ni á 5, sinó que le debo poner á 4; y ejecutando la multiplicacion y resta, tengo por último que el cociente de dividir 10569 por 195 es $54\frac{39}{195}$.

95 *P.* Hay reglas para evitar los tantéos?

*R.* Sí señor: cuando el segundo guarismo del divisor es 9 ú 8 es cuando ocurre el mayor número de tantéos, y en este caso se saca siempre el verdadero cociente *considerando al primer guarismo del divisor como que tiene una unidad mas*; así en el ejemplo segundo de la respuesta anterior, si desde luego para hallar el primer cociente parcial hubiera considerado el primer guarismo 1 del divisor como 2, porque el segundo era 9, y hubiera dicho el 2 en 10 ¿cuántas veces? al instante hubiera encontrado 5, que es el verdadero cociente; y luego lo mismo para el segundo, porque el 2 en 8 está contenido 4 veces. Es tan útil esta regla, que se presentarán muy pocas ocasiones en que no se verifique; y si ocurre algun caso, solo habrá un tantéo que hacer, y le corresponderá una unidad mas al cociente que por ella se saque. *Cuando el segundo guarismo sea 7 se podrá añadir 1 ó 2 unidades al cociente sacado por la regla*, y pocas veces ocurrirá hacer mas de un tantéo. Tambien es igualmente segura esta: *véase si en la resta que queda de dividir el primero ó dos primeros guarismos del dividendo por el primero del divisor, junta con el guarismo siguiente del dividendo, cabe el segundo del divisor el mismo número de veces que el primero en el pri-*



*mero ó dos primeros del dividendo*, y si cabe se podrá asegurar que el cociente hallado es el verdadero: si no, no lo será. Ó de este modo: *multiplíquense mentalmente los dos primeros guarismos del divisor por el cociente, y si el producto es menor que los dos ó tres primeros guarismos del dividendo, se podrá tener seguridad de que no se le ha puesto de mas*, que es lo que se acostumbra hacer.

96 *P.* Se puede abreviar esta operacion?

*R.* Sí señor: pero ántes conviene que estén bien diestros los niños en ejecutarla por este medio; y así deberán resolver los ejemplos siguientes por el método anterior.

1.° Si quiero dividir 173256 por 293, ejecutaré la division como se vé en (A):

(A)

```
1732,5,6, | 293
1465      | ------
-------   | 591 93/293
02675
 2637
-------
00386
  293
-----
  093
```

(B)

```
27587,3,7, | 4536
27216      | ------
-------    | 608 849/4536
0037137
 36288
-------
00849
```

y hallaré que el cociente es $591\frac{93}{293}$.

2.° Si quiero dividir 2758737 por 4536, ejecutaré la operacion como se presenta en (B): y hallo el cociente $608\frac{849}{4536}$.

3.° Si dividiera 685003 por 284, hallaría por cociente $2411\frac{279}{284}$.

4.° El cociente de dividir 4506079 por 5736 es $785\frac{3319}{5736}$.

97 *P.* Cómo se abrevia la operacion de dividir?

*R. Haciendo la resta al mismo tiempo que se ejecuta la multiplicacion del divisor por el cociente parcial.* Por ejemplo: si quiero dividir 49539 por 35, colocaré el dividendo y el divisor como he dicho (89), y aquí se vé:

Separaré dos guarismos con la coma en el dividendo, y diré: 3 en 4 cabe 1 vez, y pongo 1 en el cociente; multiplico ahora el divisor 35 por el cociente parcial 1, y en

| | |
|---|---|
| 49,5,3,9, | 35 |
| 14 5 | |
| 00 5 3 | $1415\frac{14}{35}$. |
| 1 8 9 | |
| 0 1 4 | |

vez de colocar este producto debajo del dividendo parcial 49 para restar despues, voy ejecutando la resta al mismo tiempo que formo el producto en esta forma: 5 por 1 es 5, de 5 á 9 van 4, pongo este 4 que es la resta debajo del 9, y digo: de 9 no llevo nada: 3 por 1 es 3, de 3 á 4 va 1, que pongo debajo del 4 y tengo la resta 14. Al lado de esta resta bajo el guarismo siguiente, que es el 5, y digo: 3 en 14 cabe 4 veces, pongo 4 en el cociente; multiplico y resto al mismo tiempo diciendo: 5 por 4 son 20, de 20 á 25 van 5, que pongo debajo del 5 del segundo dividendo parcial, y de 25 llevo 2; 3 por 4 son 12, y 2 que llevaba son 14, de 14 á 14 no va nada, pongo 0 debajo del 4, y de 14 llevo 1, de 1 á 1 no va nada, y pongo otro 0 debajo del 1. Bajo el guarismo siguiente 3 al lado de la resta 5, y continúo la division diciendo: 3 en 5 cabe una vez, pongo 1 en el cociente y multiplico: 5 por 1 es 5, de 5 á 13 van 8, que pongo debajo del 3, y de 13 llevo 1; 3 por 1 es 3, y 1 que llevaba son 4, de 4 á 5 va 1, que pongo debajo del 5. Al lado de la resta 18 bajo el 9, y digo: 3 en 18 cabe 6 veces; pero como el 5, que es el segundo guarismo del divisor, no cabe 6 veces en 9 (§ 95), que es el otro del dividendo, le pondré á 5, y diré: 5 por 5 son 25, de 25 á 29 van 4, que pongo debajo del 9, y de 29 llevo 2; 3 por 5 son 15, y 2 que llevaba son 17, de 17 á 18 va 1, que pongo debajo del 8, y de 18 llevo 1, de 1 á 1 no va nada,

pongo o debajo del 1; y como no hay mas guarismos que bajar, pongo la resta á la derecha del cociente como he dicho (83 ej. 2.º); y tengo que el cociente es *mil cuatrocientos quince, y catorce treinta y cinco avos.*

98 *P.* He observado que en el segundo cociente parcial el producto 20, de 5 por 4, le habeis restado de 25; en el tercer cociente parcial el 5, producto de 5 por 1, le habeis restado de 13; y en el último el producto 25, de 5 por 5, le habeis restado de 29: ¿me podréis dar una regla fija para saber de cuánto se ha de restar?

*R.* Sí señor: para esto se vé el guarismo correspondiente de que se debe restar el producto; si de él no se puede restar dicho producto, se toman tantas decenas del guarismo inmediato como se necesiten para que se pueda ejecutar dicha resta, teniendo cuidado de llevar en cuenta estas decenas para añadirlas despues al producto del guarismo siguiente; y así se continúa.

99 *P.* Cómo se conocerá aquí si se ha puesto el cociente que corresponde?

*R.* Del mismo modo que ántes: *se conoce si se ha puesto de mas si al fin no se puede restar por llevar mas unidades de las que hay en el último guarismo*, y para esto se hace ántes la multiplicacion mental del cociente por el segundo guarismo del divisor; *y se conocerá si se le ha puesto de ménos si la resta es igual ó mayor que el divisor.*

100 *P.* Convendrá que los niños se adiestren bien en ejecutar esta operacion abreviada?

*R.* Si señor: y por eso hay aquí varios ejemplos.

1.º Quiero dividir 375271 por 583; colocaré el divisor al lado del dividendo de este modo:

| | |
|---|---|
| 3752,7,1, | 583 |
| 02547 | $643\frac{402}{583}$. |
| 02151 | |
| 0402 | |

Separaré cuatro guarismos con la coma; y como el segundo guarismo del divisor es 8, consideraré al primero, que es 5, como si fuera 6 (§ 95), y

diré: 6 en 37 está contenido 6 veces, pongo 6 en el cociente; multiplico y resto á un mismo tiempo. Al lado de la resta 254, que es menor que el divisor, (y por lo mismo da á entender que se ha puesto en el cociente lo que le correspondía) bajo el guarismo siguiente, que es 7; y considerando siempre, al ejecutar la division, al primer guarismo 5 del divisor como si fuera 6; digo: el 6 en 25 cabe 4 veces; pongo 4 en el cociente, y sigo ejecutando la multiplicacion y resta al mismo tiempo. Al lado de la resta 215 bajo el guarismo siguiente 1, y digo: 6 en 21 cabe 3 veces; pongo 3 en el cociente, multiplico y resto al mismo tiempo; y como no hay mas guarismos en el dividendo, pongo la resta 402 segun he dicho (83 ejemplo 2.°), y tengo por cociente $643\frac{402}{583}$.

| | | |
|---|---|---|
| 2.° Si quisiera dividir 465903057 por 78306, ejecutaría la operacion como aquí se vé: | 465903,0,5,7, | 78306 |
| | 0743730 | |
| | 0389765 | $5949\frac{60663}{78306}$. |
| | 0765417 | |
| | 060663 | |

3.° Si divido 8523065 por 7203, sacaré $1183\frac{1916}{7213}$.

4.° Si divido 15703026 por 1753, hallaré $8957\frac{1405}{1753}$.

101 *P.* Ademas de esta abreviacion, que es general para todos los casos, ¿hay algunas que correspondan á casos particulares?

*R.* Sí señor: *cuando el dividendo y divisor acaban en ceros, ó cuando solo termina en ceros el divisor.*

102 *P.* Qué hay que hacer cuando el dividendo y divisor acaban en ceros?

*R. Borrar en ambos tantos ceros como hay en el que ménos.* Por ejemplo: quiero dividir 36000 por 500; borraré en cada uno de estos números dos ceros, porque dos ceros son los que tiene solamente el divisor 500, y quedan los números con que se ha de ejecutar la division, reducidos á 360 y 5; y dividiendo 360 por 5 resulta por cociente 72, que es el que hubiera salido de dividir 36000 por 500.

Otro ejemplo: si quisiera dividir 800000 por 27000, borraría en ambos números tres ceros, y estaría reducida la operacion á dividir 800 por 27, que da por cociente $29\frac{17}{27}$.

103 *P.* Qué hay que hacer cuando los ceros estén al fin del divisor?

*R.* *Entónces no se borran, si no que se separan con una especie de media luna de esta forma (___. y se separan tambien en el dividendo tantos guarismos como ceros hay en el divisor; se ejecuta la operacion con los demas guarismos que quedan á la izquierda; y luego, al poner la resta que quede, se deben poner á continuacion de la resta los guarismos separados en el dividendo, y debajo de la raya se pone todo el divisor; y si no queda resta, se ponen los guarismos separados en el dividendo á la derecha del cociente con la raya y todo el divisor debajo.*

Ejemplo 1.º Si tuviera que dividir 45426 por 300, colocaría los números como se ha dicho (89) en esta forma:

45426 | 300

Despues, advirtiendo que el divisor termina en dos ceros, los separaré, y separaré tambien los dos guarismos últimos del dividendo de este modo: Haré la division del 454 por 3, y al lado de la resta 1 bajo los guarismos separados, pongo todo esto á la derecha del cociente con la raya y todo el divisor debajo, con lo que tengo el cociente $151\frac{126}{300}$

| | |
|---|---|
| 4,5,4,(26 | 3 (00 |
| 1 5 | $151\frac{126}{300}$ |
| 0 0 4 | |
| 126 | |

Ejemplo 2.º Si quisiera dividir 3765307 por 5000, ejecutaría la operacion como aquí se vé:

Y como al fin no queda ninguna resta, pongo los guarismos separados en el dividendo á la dere-

| | |
|---|---|
| 37,6,5,(307 | 5 (000 |
| 0 2 6 | $753\frac{307}{5000}$ |
| 0 1 5 | |
| 0 0 | |

cha del cociente con la raya y todo el divisor debajo, como allí se presenta.

104 *P.* Cuando el divisor es la unidad seguida de ceros ¿no hay ninguna abreviacion?

*R.* Sí señor: en este caso *se separan ó consideran mentalmente separados en el dividendo tantos guarismos hácia la derecha como ceros siguen á la unidad, y los demas guarismos que queden, espresarán el cociente, á cuyo lado se deberán poner los guarismos separados con la raya y el divisor debajo.*

Ejemplo 1.° Si quiero dividir 12523 por 100, considero separados mentalmente los dos últimos guarismos 23 del dividendo, y los otros 125 espresan el cociente, á cuyo lado se deben poner los guarismos separados con la raya y todo el divisor debajo, y el verdadero cociente será $125\frac{23}{100}$.

Ejemplo 2.° Si quisiera dividir 8376253 por 1000, hallaría el cociente $8376\frac{253}{1000}$.

105 *P.* Bajo cuántos aspectos se presentan en la sociedad las cuestiones que conducen á la operacion de dividir?

*R.* *Bajo cinco*: 1.° *cuando claramente se dice que se quiere buscar las veces que un número está contenido en otro, ó de cuántos números como uno dado se compone otro tambien dado*; 2.° *cuando hay que repartir entre varias personas cierto número de cosas*; 3.° *cuando se quiere dividir un número en partes iguales, ó tomar una parte de un número*; 4.° *cuando conociendo el valor de muchas unidades se quiere averiguar el de una*; y 5.° *cuando se quieren reducir unidades de especie inferior, á unidades de especie superior.*

106 *P.* Qué hay que hacer en el primer caso?

*R.* *Dividir el mayor número por el menor.* Y cuando hay que dividir un número por otro; y lo que resulte se ha de dividir por otro número, y así sucesivamente, es mas breve el *dividir el número propues-*

*lo por el producto* de todos los números que han de servir de divisores. Así es, que si tuviera que dividir el 90 primero por 2, y el cociente que obtuviese, lo debiese dividir por 3, sería mas sencillo dividir desde luego el 90 por 6, producto de 2 por 3. En efecto, dividiendo 90 por 2, se obtiene 45 al cociente. Dividiendo 45 por 3 resulta 15 en el cociente. Y dividiendo desde luego el 90 por 6, da tambien 15; pero con mas brevedad y sencillez.

107 *P.* Y cuando hay que repartir varias cosas entre cierto número de personas?

*R.* En este caso *se divide el número de las cosas por el de las personas.*

Ejemplo 1.° Un padre, que tiene 8 hijos, ha dado al mayor 56 manzanas para que las reparta entre sus hermanos y trata de saber las manzanas que debe dar á cada uno: para esto no tiene que hacer mas que dividir el 56 por 8, y el cociente 7 indica el número de manzanas que debe dar á cada uno.

Ejemplo 2.° Un padre, al morir, ha dejado en haciendas, alhajas, casas &c. 2359367 reales; cuánto corresponde á cada uno de sus 9 hijos? Para esto se dividirá el número 2359367 por el número de hijos, que son 9, y el cociente $262151\frac{8}{9}$ será el número de reales que corresponde á cada uno.

108 *P.* Cómo se divide un número en partes iguales, ó se toma una parte de un número, como la mitad, tercio &c.?

*R.* *Se divide el número dado por el que espresa las partes en que se ha de dividir, ó la parte que se quiere tomar.*

Ejemplo 1.° Si se quiere dividir en cinco partes iguales el número 4625, no hay mas que dividir el 4625 por 5, y el cociente 925 será el valor de una de ellas.

Ejemplo 2.° Se quiere tomar la duodécima parte del número 8563015; para esto se dividirá el 8563015 por 12, y el cociente $713584\frac{7}{12}$ será la duo-

decima parte del número propuesto.

109 P. Qué hay que hacer para hallar el valor de una unidad cuando se conoce el de muchas?

*R. Dividir el valor de dichas unidades por el número de ellas, y el cociente será el valor de una.* Por ejemplo: sabiendo que 25 varas de paño han costado 750 reales, para averiguar á como ha costado la vara, dividiré el valor de todas las varas, que es 750, por el número de ellas que es 25, y en el cociente 30 tendré el valor de la vara; por lo que diré que cada vara de paño costó 30 rs.

110 *P.* Cómo se reducen las unidades de especie inferior á unidades de especie superior?

*R. Dividiendo las unidades de especie inferior que se dan, por el número que espresa las veces que la unidad de especie inferior cabe en la de especie superior.*

Ejemplo 1.° Si quiero reducir 8536 maravedises á reales, dividiré los 8536 maravedises por 34 que son los maravedises que tiene un real; y en el cociente $251\frac{2}{34}$ tengo los reales que componen; pero en estos casos no se pone la resta á la derecha del cociente con la raya y el divisor debajo, sinó que se deja conservándole el nombre que tenía el dividendo de que provino; de modo que en vez de decir 251 reales y *dos treinta y cuatro avos de real*, se dice que componen 251 reales y dos maravedises.

Ejemplo 2.° Si quiero averiguar cuántas arrobas componen 800 libras, dividiré 800 por 25, porque la arroba se compone de 25 libras, y en el cociente 32 hallo que las 800 libras componen 32 arrobas.

111 *P.* Cuando se quieren reducir unidades de especie inferior á unidades de especie superior, y entre estas y aquellas hay otras unidades intermedias, ¿qué es mejor, hacerlo de una vez, ó ir sucesivamente reduciendo las unidades de especie inferior á las inmediatamente superiores, y luego estas á las que siguen, y así de unas en otras hasta llegar á la especie

superior á que se quieren reducir?

*R. Mejor es irlas reduciendo sucesivamente á las unidades de especie inmediatamente superior*; porque ademas de la dificultad que hay en conservar las unidades de especie inferior, de que se compone la superior, cuando hay una ó dos unidades intermedias, se reune por otra parte la ventaja de que queden espresadas las restas en unidades de la especie que corresponde.

Ejemplo 1.° Si quisiera reducir 8530065 maravedises á doblones, en vez de dividir este número de maravedises por 2040, que son los maravedises de que se compone el doblon, dividiré primero por 34 para reducirlos á reales; los reales que me resulten los dividiré por 15 para reducirlos á pesos; y finalmente estos pesos los dividiré por 4 para reducirlos á doblones; y tendré en este último cociente, junto con las restas anteriores los doblones, pesos, reales y maravedises que hay en el número propuesto. La operacion se ejecuta como aquí se vé:

| | | | |
|---|---|---|---|
| maravedises. | | | |
| 85,3,0,0,6,5, | 34 | | |
| 173 | 25,0,8,8,4, rs. | 15 | |
| 00300 | 100 | 16,7,2,5, ps. | 4 |
| 0286 | 0108 | 007 | 4181 ds. |
| 0145 | 0038 | 32 | |
| 009 | 084 | 005 | |
| | 09 | 1 | |

Primero divido por 34, y saco 25o884 rs. y 9 mrs. de resta, de los que no haré caso hasta lo último; despues divido este número de reales por 15, y saco 16725 pesos con 9 reales de resta; divido luego este número de pesos por 4, y saco 4181 doblones quedando un peso de resta; de manera que teniendo ahora presente todas estas restas, diré que 8530065 maravedises componen 4181 doblones, 1 peso, 9 rs. y 9 mrs.

Ejemplo 2.° Si quisiera reducir 800000 adarmes á quintales, ejecutaría la operacion como aquí se vé:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| adarmes. | 16 | | | |
| 80,0000 | 50,0,0,0, onzs. | 16 | | |
| 00 | 020 | 31,2,5, ls. | 25 | |
| | 040 | 062 | 12,5, ars. | 4 |
| | 080 | 125 | 001 | 31 qs. |
| | 00 | 000 | | |

Primero divído por 16, que son los adarmes que tiene una onza, y saco 50000 onzas; y aquí observo de paso que como en el 80 estaba contenido el 16 un número exacto de veces, y no queda resta ninguna, es escusado el bajar los ceros siguientes; y así en casos como este no hay mas que añadir al cociente tantos ceros como falten bajar, que aquí son cuatro; despues divido por 16 el número 50000 de onzas que me han resultado, para reducirlo á libras, saco 3125 libras; divido este número por 25, y saco 125 arrobas; y finalmente dividiendo este número de arrobas por 4 saco 31 quintales, y queda 1 arroba; por lo que digo que en los 800000 adarmes hay 31 quintales y 1 arroba.

112 *P*. Hay medios para averiguar si las operaciones de multiplicar y dividir están bien hechas?

*R*. Sí señor: la operacion de multiplicar se prueba *dividiendo el producto por uno de los factores, y si sale por cociente el otro factor es señal de que se ejecutó bien la multiplicacion*; pero como la division es mas complicada que la multiplicacion y está mas espuesta á equivocaciones, por eso esta prueba casi nunca se ejecuta, por ser mas fácil no solo el repasar la multiplicacion hecha, sinó aun el volverla á ejecutar de nuevo.

113 *P*. Y la division, ¿cómo se prueba?

*R*. *Multiplicando el divisor por el cociente, y añadiendo á este producto la resta que quedó en la division, debe resultar el dividendo si la division*

*está bien hecha, y si no resulta, no lo estará.* Esta operacion sí conviene probarla; porque la multiplicacion del divisor por el cociente es mas fácil que el volver á ejecutar la division, y aun que el repasarla. Y así, para averiguar si está bien hecha la division ejecutada en el primer ejemplo de la division abreviada (100), multiplicaré el divisor 583 por el cociente 643; al producto 374869, le añadiré la resta 402; lo que me da 375271, que siendo igual con el dividendo, manifiesta que está *bien* hecha la division.

114 *P.* Se debe usar del medio de las pruebas en las oficinas en que es indispensable practicar con celeridad las operaciones para despachar los negocios?

*R.* No señor: en primer lugar porque podría salir bien la prueba y no estar bien la operacion, á causa de haberse compensado los errores; lo segundo porque se tardaría mucho en ejecutar la prueba, y no se podrían despachar los asuntos que ocurriesen.

115 *P.* Pues de qué medio se usa para precaver las equivocaciones, y ejecutar con presteza las operaciones que ocurren?

*R.* Se ponen dos oficiales igualmente diestros, y ejecuta cada uno de por sí la cuenta que se presenta; lee uno el resultado; y si es el mismo no habrá equivocacion. Sin embargo, en operaciones demasiado complicadas es insuficiente aun la conformidad de dos personas, y la esperiencia ha probado que era necesaria la conformidad de cuatro para tener una confianza perfecta en los resultados de las operaciones mayores que se han necesitado ejecutar.

## CAPÍTULO VI.

### *De los quebrados.*

116 *P.* Qué son estas restas que se han puesto á la derecha del cociente en las mas de las divisiones?

*R.* Son números; y estos números se llaman *quebrados* ó *fracciones* por oposicion á todos los que se

han considerado hasta aquí, que se llaman *enteros.*

117 *P.* Y no pueden resultar los *números quebrados* sinó de operaciones de dividir?

*R.* No señor: pues aunque se pueden considerar desde luego, comparando la unidad con la pluralidad ó muchedumbre (2), sin embargo esto en sustancia es lo mismo que una division que no se puede ejecutar. Por ejemplo: yo veo en un parage *un* árbol, y veo tambien otros *cuatro* árboles como el primero; si comparo el conjunto de todos estos árboles con la unidad ó con *uno* de ellos, tengo en el resultado el número *cinco;* pero si comparo la unidad ó *uno* con todos ellos, veré que este árbol es una parte de aquel conjunto que tiene *cinco*, ó diré que *uno* es la *quinta parte del cinco*, y este es un número quebrado.

118 *P.* Pues de ese modo, ¿en qué volverémos á subdividir el número?

*R.* En *entero*, *quebrado y misto;* entero *es el que se compone ó consta de unidades;* quebrado *el que se compone ó consta de partes de la unidad; y el* misto *el que se compone de entero y quebrado*, *ó el que consta de unidades y partes de la unidad.*

119 *P.* Cómo se conocerá bien lo que es un número quebrado?

*R.* Considerando el número de partes en que se divide la unidad, á cuyo número se llama *denominador*, y el número que espresa las partes de estas que se toman, el cual se llama *numerador.* Por ejemplo: cuando yo digo que me han dado las *tres cuartas partes de una manzana*, para saber bien lo que me han dado, considero la manzana dividida en cuatro partes iguales, y que de estas me han dado tres; en este caso el denominador es el *cuatro*, y el numerador el *tres*, porque cuatro indica las partes en que se considera dividida la manzana, y el tres indica las partes que se toman.

120 *P.* Cómo se escribe un quebrado?

*R.* *Escribiendo el numerador, debajo una raya, y debajo de la raya el denominador*; así, en el ejem-

plo anterior, *tres cuartas partes de manzana* se escribe $\frac{3}{4}$ *de manzana;* y si solo hubiera dicho *tres cuartos* siendo cualquiera la unidad, tendria $\frac{3}{4}$.

121 *P.* Cómo se leen los quebrados?

*R.* Del modo que se ha dicho (83 ejemplo 2.°) se deben leer las restas de la division: es decir, que *se lee el numerador con los nombres numerales absolutos, y el denominador con los numerales partitivos si no llega á 10, y con los numerales absolutos si llega ó pasa de 10;* pero añadiendo despues la partícula *avos.* Por ejemplo: $\frac{7}{9}$ se lee *siete novenos;* $\frac{3}{11}$ se lee *tres once avos;* $\frac{15}{58}$ se lee *quince, cincuenta y ocho avos.*

122 *P.* Cómo se llaman el numerador y el denominador juntos?

*R.* Se llaman *términos* del quebrado.

123 *P.* En cuántos casos no se altera el valor de un quebrado?

*R. En dos; cuando sus dos términos se multiplican, ó se parten por un mismo número.* Por ejemplo: el quebrado $\frac{4}{8}$ es el mismo que $\frac{8}{16}$ y que $\frac{1}{2}$, aunque el $\frac{8}{16}$ resulta de multiplicar los dos términos del $\frac{4}{8}$ por 2, y el $\frac{1}{2}$ de dividirlos por 4.

124 *P.* Cuántas cosas están fundadas en esta proposicion?

*R.* Dos: la reduccion de los quebrados á un mismo ó comun denominador, y su simplificacion.

125 *P.* Cómo se reducen los quebrados á un comun denominador?

*R. Multiplicando los dos términos de cada quebrado por el producto de los denominadores de los demas.*

Por ejemplo: si quiero reducir á un comun denominador los quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ los pondré así:



multiplicaré los dos términos del $\frac{2}{3}$ por 5, que es el denominador del otro quebrado, diciendo: 2 por 5 son 10, que pongo por numerador del nuevo quebrado debajo de su correspondiente $\frac{2}{3}$, tiraré la raya, y diré; 3 por 5 son 15, que pondré debajo de la raya. Paso al segundo quebrado $\frac{4}{5}$, y digo: 4 por 3 son 12, que pongo debajo del $\frac{4}{5}$; tiro la raya, y despues pongo debajo 15, producto de 3 por 5, con lo que tengo los quebrados $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{15}$, que son iguales cada uno con su correspondiente, y que tienen un mismo denominador.

$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$
$\frac{10}{15}$ $\frac{12}{15}$

Si los quebrados fuesen......... multiplicaría los dos términos del primero $\frac{3}{4}$ por 15, producto de 3 por 5, que son los denominadores de los demas, y tendría que el primer quebrado se convertía en $\frac{45}{60}$. Pasaría al segundo, que es $\frac{2}{3}$, cuyos términos los multiplicaría por 20, producto de 4 y 5, denominadores de los demas, y se convertiría en $\frac{40}{60}$. Y luego los dos términos del tercero, que es $\frac{4}{5}$, los multiplicaría por 12 producto de 3 y 4, que son los denominadores de los demas, lo que da $\frac{48}{60}$: con lo que tengo los tres quebrados $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, que son iguales con los primitivos, y tienen un mismo denominador.

$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$
$\frac{45}{60}$ $\frac{40}{60}$ $\frac{48}{60}$

126 *P*. Se puede abreviar algo esta reduccion de quebrados á un mismo denominador?

*R*. Sí señor; porque en punto á los denominado-

res basta multiplicarlos una vez entre sí: de modo que para no hacer mas ni ménos de lo que se necesite: *se multiplicará cada numerador por el producto de los denominadores de los demas, y se tendrán de este modo los numeradores de los quebrados que han de quedar reducidos á un mismo denominador; y para encontrar el denominador se multiplicarán entre sí los denominadores.* Así en el ejemplo antecedente para reducir los quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ á un comun denominador, multiplicaré el numerador 3 del primero por 15, producto de 3 y 5, y tendré 45; para hallar el numerador del segundo, multiplicaré su numerador 2 por 20, producto de 5 y 4, y tendré 40; para el tercero, multiplicaré su numerador actual 4 por 12 producto de 4 y 3, que son los denominadores de los demas, y tendré 48; para hallar el denominador comun, multiplicaré todos los denominadores entre sí diciendo: 4 por 3 son 12, 12 por 5 son 60, y poniendo 60 por denominador á los numeradores 45, 40 y 48 tendré los quebrados $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, que son los mismos que ántes, y cuya operacion se ha hecho mas breve.

Otro ejemplo: si se practicase esta regla con los quebrados $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{3}$, despues de reducidos á un comun denominador, serían $\frac{72}{120}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{90}{120}$, $\frac{40}{120}$.

Si tuviera que reducir á un comun denominador los quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$, en que el denominador del uno, cual es el 3, divide exactamente al del otro, como es el 6, entónces quedan reducidos al mismo denominador con mas sencillez, multiplicando los dos términos del primero por 2, que es el número por el que se debe multiplicar el 3 para producir el 6; y se convierten en $\frac{4}{6}$ y $\frac{5}{6}$ que tienen el mismo denominador y son

mas sencillos que los $\frac{12}{18}$ y $\frac{15}{18}$ que resultan por la regla general.

127 *P.* De quebrados que tienen un mismo denominador ¿cuál es mayor?

*R.* El que tiene mayor numerador, como en $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$ que el mayor es el $\frac{4}{5}$.

128 *P.* Y cuándo tienen un mismo numerador?

*R.* Es mayor el que tiene menor denominador, como en $\frac{3}{7}$ y $\frac{3}{8}$, que es mayor el $\frac{3}{7}$.

129 *P.* Y la simplificacion de los quebrados ¿en qué se funda?

*R.* En que un quebrado no muda de valor, aunque se dividan sus dos términos por un mismo número.

130 *P.* Qué es simplificar un quebrado?

*R. Buscar otro de igual valor; pero que sus términos sean mas pequeños.*

131 *P.* Cómo se ejecuta esto?

*R. Dividiendo sus dos términos por 2 todas las veces que se pueda, despues por 3, y luego por 5.*

132 *P.* Hay algun medio para conocer fácilmente si un número es divisible por 2, por 3 ó por 5?

*R.* Si señor: *todo número cuyo último guarismo es 0, ó guarismo par, se puede dividir por 2*, como el 14, que terminando en 4 da á entender que se puede dividir exactamente por 2; y ejecutada la division da 7 por cociente. *Todo número cuyos guarismos sumados, como si espresasen unidades, dén 3 ó un número que sea múltiplo de 3, se podrá dividir exactamente por 3*; así el 15, como 1 y 5 son 6, y 6 es múltiplo de 3, esto es, está contenido el 3 en 6 un número exacto de veces, da á entender que el 15 es divisible por 3; y ejecutada la division sale por cociente 5. Lo mismo sucede con el número 237, porque 2 y 3 son 5, y 7 son 12; y como 12 es divisible por 3, se infiere que el 237 tambien es divisible por 3. Del mismo modo se sacaría que los números 225, 4536, 273126

eran divisibles por 3, y que no lo era ninguno de los siguientes 121, 482, 12592 &c. *Todo número cuyo último guarismo sea* 0 *ó* 5 *se puede dividir por* 5, *como* 25, 80, 87245 &c.

133 *P.* Cómo simplificaréis el quebrado $\frac{96}{180}$?

*R.* Lo primero que advierto es que sus dos términos se pueden dividír por 2; porque el numerador acaba en 6, que es guarismo par, y el denominador en 0; dividiendo el numerador 96 por 2 sale 48, y dividiendo el denominador por el mismo 2 sale 90, de modo que tengo el quebrado $\frac{48}{90}$ del mismo valor que el primero, pero mas sencillo. Este todavía se puede simplificar mas, porque el numerador por acabar en 8 y el denominador en 0, se pueden dividir ambos por 2, y ejecutándolo tengo el quebrado $\frac{24}{45}$ que es mas sencillo: ahora advierto, que el numerador se puede dividir por 2, porque acaba en 4; mas como el denominador no es divisible por 2, porque no acaba en guarismo par ni en 0, no le puedo simplificar mas, dividiéndole por 2, y veré si lo puedo hacer dividiendo sus dos términos por 3. Para esto sumo los guarismos del numerador, y veo que 2 y 4 son 6, y que 6 se puede dividir por 3, por lo cual infiero que tambien será divisible exactamente por 3 el 24; sumo los guarismos 4 y 5 del denominador, y como la suma 9 se puede dividir por 3, infiero que el denominador tambien es divisible por 3, y ejecutando la division de ambos términos del quebrado por 3 queda en $\frac{8}{15}$; ahora veo que el numerador no es divisible por 3 ni por 5, aunque lo es el denominador, y así no puedo simplificar mas el quebrado $\frac{96}{180}$, que queda reducido á $\frac{8}{15}$.

Otro ejemplo: si tuviera el quebrado $\frac{45}{90}$, vería que por las reglas antecedentes no se podían dividir por

á sus dos términos, pero sí por 3; y ejecutándolo, se convierte el quebrado $\frac{45}{90}$ en $\frac{15}{30}$, cuyos términos todavía se pueden dividir por 3; y ejecutada la division se convierte en $\frac{5}{10}$: los dos términos de este, por acabar el numerador en 5 y el denominador en 0, son divisibles por 5; y ejecutada la division, queda reducido el quebrado $\frac{45}{90}$ á $\frac{1}{2}$.

## CAPITULO VII.

### *Sumar, restar, multiplicar y dividir quebrados.*

134 *P.* Qué operaciones se hacen con los quebrados?

*R.* Las mismas que con los números enteros, es decir, que se suman, se restan, se multiplican, y se parten.

135 *P. Cómo se suman los quebrados?*

*R. Primero se reducen á un mismo denominador, si no lo tienen; despues se suman los numeradores; á esta suma se le pone por denominador el denominador comun; y si este quebrado tiene el numerador igual ó mayor que el denominador, en cuyo caso se llama quebrado* impropio, ó número fraccionario, *se divide dicho numerador por el denominador para sacar los enteros que contenga.*

1.er ejemplo: si quiero sumar $\frac{3}{4}$ con $\frac{5}{6}$, primero los reduciré á un comun denominador por el método dicho (126), y los tendré convertidos en $\frac{18}{24}$, $\frac{20}{24}$; despues sumaré los numeradores 18 y 20, y á la suma 38 le pondré por denominador el 24, que es el denominador comun, y tengo la suma en el quebrado $\frac{38}{24}$; pero como el numerador 38 es mayor que

el denominador 24, este quebrado es impropio, y asi para sacar los enteros que contiene, divido el numerador 38 por el denominador 24, y saco el cociente 1 $\frac{14}{24}$, que es un número misto; y simplificando el quebrado $\frac{14}{24}$, dividiendo sus dos términos por 2, tendré $\frac{7}{12}$, y diré que la suma de $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ es 1 y $\frac{7}{12}$.

2.° ejemplo: si quiero sumar los quebrados $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, los reduciré á un comun denominador (126); y se convertirán en $\frac{72}{120}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{80}{120}$, $\frac{30}{120}$; sumando los numeradores, y poniendo á la suma el denominador comun, tendré $\frac{242}{120}$, ó sacando los enteros 2 $\frac{2}{120}$, y simplificando el quebrado $\frac{2}{120}$, tendré por último 2 $\frac{1}{60}$.

3.er ejemplo: si quisiera sumar los quebrados $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{9}$, y $\frac{3}{4}$, sacaría que la suma era 2 $\frac{89}{252}$.

136 *P.* Cuántos casos ocurren en la suma de quebrados?

*R.* *Tres: sumar quebrados con quebrados*, que es lo que he ejecutado ántes; *sumar un entero con un quebrado, ó un quebrado con un entero; y sumar números mistos con números mistos.*

137 *P.* Cómo se suma un entero con un quebrado, ó al contrario?

*R.* *Se multiplica el entero por el denominador del quebrado, á esto se añade el numerador; y á todo se le pone por denominador el denominador del quebrado.*

138 *P.* Cuándo se presenta la cuestion que conduce á sumar un entero con un quebrado?

*R.* Cuando se quiere reducir un entero á la especie del quebrado que le acompaña: esto es, cuan-

do se tiene un número misto, tal como $3\frac{2}{5}$, y se quiere saber cuantos *quintos* componen el entero junto con el quebrado.

139 *P.* Cómo se reducirá un entero á la especie del quebrado que le acompaña?

*R. Multiplicando el entero por el denominador del quebrado; á esto se añade el numerador, y á la suma se le pone por denominador el denominador del quebrado.* Asi, para reducir el entero á la especie del quebrado que le acompaña en $3\frac{2}{5}$, multiplicaré el 3 por el 5, al producto 15 le añadiré el nnmerador 2 del quebrado, y á la suma 17 le pondré por denominador el denominador 5 del quebrado, y tendré en $\frac{17}{5}$ ejecutada la operacion que se me pedía.

Otro ejemplo: practicando esta operacion con el número $15\frac{5}{8}$ sacaré $\frac{125}{8}$.

140 *P.* Cómo se suman los números mistos con los números mistos?

*R. Se suman los quebrados con los quebrados, y los enteros con los enteros, sumando con los enteros los que resulten de la suma de los quebrados.*

1.er ejemplo: si quiero sumar $23\frac{2}{5}$ con $12\frac{4}{5}$ y con $25\frac{3}{5}$, los pondré los unos debajo de los otros, de modo que se correspondan los enteros debajo de los enteros, y los quebrados debajo de los quebrados como se vé á la vuelta:

Como aquí los quebrados tienen un mismo denominador, sumaré sus numeradores, y pondré á esta suma el denominador comun, con lo cual saco $\frac{9}{5}$; pero en $\frac{9}{5}$ hay un entero y $\frac{4}{5}$, borro el $\frac{9}{5}$, y pongo debajo el $\frac{4}{5}$; el entero 1, para que no se me olvide, le coloco sobre los enteros separándolo con una media luna, para que se conozca que ha provenido de la suma de los quebrados; sumo despues los enteros, y saco 61; por lo que la suma pedida es $61\frac{4}{5}$.

$$\begin{array}{r} (1 \\ \hline 23\frac{2}{5} \\ 12\frac{4}{5} \\ 25\frac{3}{5} \\ \hline \not{9} \\ 61- \\ \not{5} \\ \frac{4}{5} \end{array}$$

2.º ejemplo: si quisiera sumar los números $27\frac{3}{5}$, $6\frac{2}{3}$ y $128\frac{1}{4}$, primero tendría que reducir los quebrados á un comun denominador, porque no le tienen, y sacaría por último resultado $162\frac{31}{60}$.

141 *P.* Qué se hace para restar quebrados?

*R. Se reducen á un comun denominador si no le tienen; despues se restan los numeradores, y á la resta se le pone por denominador el denominador comun, y se simplifica luego si se puede.*

1.er ejemplo: quiero restar $\frac{2}{7}$ de $\frac{4}{5}$; para esto los reduciré á un comun denominador (126), y se convertirán en $\frac{10}{35}$ y $\frac{28}{35}$; y restando el 10 numerador del quebrado $\frac{10}{35}$ correspondiente al sustraendo $\frac{2}{7}$, del 28 numerador del $\frac{28}{35}$ correspondiente al minuendo, y poniendo á la resta 18 el denominador comun 35, tendré la resta $\frac{18}{35}$ que no se puede simplificar.



2.° ejemplo: si quisiera restar $\frac{5}{9}$ de $\frac{13}{15}$, sacaría por resta despues de simplificada $\frac{11}{45}$.

142 P. Cuántos casos ocurren al restar quebrados?

R. *Tres: restar un quebrado de otro*, que acabo de manifestar como se ejecuta; *restar un quebrado de un entero; y restar un número misto de otro número misto*,

143 *P.* Cómo se resta un quebrado de un entero?

*R. Se quita al entero una unidad; al lado de este entero despues de rebajada la unidad, se pone un quebrado, cuyo numerador sea igual á la diferencia que hay entre el denominador y el numerador del quebrado dado, y el denominador es el mismo que el del quebrado que se da*, con lo que está hecha la resta.

1.er ejemplo: si quiero restar de 8 el quebrado $\frac{3}{5}$, quitando una unidad al 8 se convertirá en 7, al lado de este 7 pongo un quebrado, cuyo numerador es 2, diferencia que hay entre 5 y 3 denominador y numerador del quebrado propuesto, y cuyo denominador es 5, el mismo que el del quebrado dado; y así la resta será $7\frac{2}{5}$.

2.° ejemplo: si restase $\frac{15}{38}$ de 23, sacaría $22\frac{23}{38}$.

3.er ejemplo: si restase $\frac{47}{62}$ de 95, sacaría $94\frac{15}{62}$.

144 *P.* Cómo se resta un número misto de otro número misto?

*R. Se resta el quebrado del quebrado, y el entero del entero*; puede suceder que despues de reducidos los quebrados á un mismo denominador, si no le tienen, el quebrado del sustraendo sea mayor que el del minuendo; y para poder restar, *se toma una unidad del minuendo, la cual se reduce á la especie del quebrado que le acompaña, lo que se consigue sumando el numerador del quebrado con el denominador, y á esto poniendo por denominador el comun: de este quebrado, que será impropio* (135), *se resta el del*

*sustraendo; y luego, al ejecutar la resta con los enteros, se debe advertir que al minuendo se le ha quitado una unidad.*

1.er ejemplo: si quisiera restar $8\frac{3}{7}$ de $14\frac{5}{7}$, los colocaría de este modo: y diría, porque los quebrados tienen un mismo denominador, de $\frac{3}{7}$ á $\frac{5}{7}$ van $\frac{2}{7}$; de 8 enteros á 14 enteros van 6 enteros, y la resta es $6\frac{2}{7}$.

$$\begin{array}{r} 14\frac{5}{7} \\ 8\frac{3}{7} \\ \hline 6\frac{2}{7} \end{array}$$

2.º ejemplo: si quisiera restar $23\frac{2}{3}$ de $34\frac{1}{2}$, primero reduciría los quebrados á un comun denominador, y se convertirían en $\frac{4}{6}$ y $\frac{3}{6}$; pero como el $\frac{4}{6}$ del sustraendo es mayor que el quebrado $\frac{3}{6}$ del minuendo, despues de colocados como aquí se vé: Tomo una unidad del minuendo 34; y para reducirla á sestos, digo 6 y 3 son 9, de $\frac{9}{6}$ quitando $\frac{4}{6}$ quedan $\frac{5}{6}$, y restando despues los enteros considerando el 4 del 34 como 3, quedará ejecutada la operacion, y la resta será $10\frac{5}{6}$.

$$\begin{array}{r} 34\frac{1}{2}..\frac{3}{6}..\frac{9}{6} \\ 23\frac{2}{3}..\frac{4}{6}..\frac{4}{6} \\ \hline 10\frac{5}{6} \end{array}$$

3.er ej.: si restase $27\frac{7}{8}$ de $49\frac{3}{5}$, sacaría $21\frac{29}{40}$.

145 *P.* Cómo se multiplican los quebrados?

*R. Multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador.*

1.er ejemplo: si quisiera multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$, diría 2 por 4 son 8, 3 por 5 son 15, poniendo por numerador el producto de los numeradores, y por denominador el de los denominadores, tendré en $\frac{8}{15}$ el producto pedido.

2.º ejemplo: si multiplico $\frac{7}{9}$ por $\frac{12}{47}$ sacaré $\frac{84}{423}$, que simplificando (133) da $\frac{28}{141}$.

146 *P.* Cuántos casos ocurren en la multiplicacion de quebrados?

*R.* *Tres: multiplicar un quebrado por otro*, que es el que acabo de esplicar: *multiplicar un entero por un quebrado, ó un quebrado por un entero, y multiplicar números mistos por números mistos.*

147 *P.* Cómo se multiplica un entero por un quebrado, ó un quebrado por un entero?

*R* *Se multiplica el entero por el numerador del quebrado, y al producto se le pone por denominador el denominador del quebrado.*

1.er ejemplo: si quiero multiplicar 5 por $\frac{3}{7}$, multiplicaré el 5 por 3, y al producto 15 le pondré por denominador el denominador 7 del quebrado, y tendré que el producto será $\frac{15}{7}$, que sacando los enteros, da $2\frac{1}{7}$.

2.º ejemplo: si multiplicase $\frac{5}{11}$ por 7 tendría el producto $\frac{35}{11}$ que, sacando los enteros, da $3\frac{2}{11}$.

3.er ejemplo: el producto de 27 por $\frac{2}{3}$ es 18.

148 *P.* Qué hay que hacer para multiplicar un número misto por otro número misto?

*R.* *Se reduce el entero á la especie del quebrado que le acompaña en cada uno de los factores, y despues se multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador.*

1.er ejemplo: si quiero multiplicar $4\frac{2}{3}$ por $5\frac{3}{4}$, reduciré en ambos factores el entero á la especie del quebrado que le acompaña, y tendré que multiplicar $\frac{14}{3}$ por $\frac{23}{4}$, que multiplicando numerador por

numerador, y denominador por denominador, tendré $\frac{322}{12}$, y sacando los enteros será $26\frac{10}{12}$, ó simplificando el quebrado $26\frac{5}{6}$.

2.° ejemplo: si multiplicase $8\frac{1}{6}$ por $3\frac{3}{4}$, sacaría despues de ejecutadas todas las operaciones $30\frac{5}{8}$.

3.er ejemplo: el producto de $9\frac{11}{13}$ por $7\frac{4}{5}$, es $76\frac{52}{65}$.

149 *P.* Cómo se dividen los quebrados?

*R.* *Multiplicándolos en cruz; esto es, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y éste será el numerador del cociente; despues se multiplica el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y éste será el denominador del cociente*, y despues se simplifica si se puede.

1.er ejemplo: quiero dividir $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$; multiplicaré el numerador 3 del dividendo por el denominador 5 del divisor, y tendré en el producto 15, el numerador del cociente; despues multiplicaré el denominador 4 del dividendo por el numerador 2 del divisor; y en el producto 8 tendré el denominador del cociente, el cual será $\frac{15}{8}$, ó sacando los enteros $1\frac{7}{8}$.

2.° ejemplo: si dividiese $\frac{3}{7}$ por $\frac{2}{9}$, sacaría por cociente $\frac{27}{14}$, ó despues de simplificado $1\frac{13}{14}$.

3.er ejemplo: dividiendo $\frac{11}{17}$ por $\frac{7}{23}$, resulta $2\frac{15}{119}$.

150 *P.* Cuántos casos ocurren en la division de quebrados?

*R.* *Cuatro: dividir un quebrado por otro quebrado*, que es el que acabo de considerar; *dividir un entero por un quebrado; dividir un quebrado por un entero; y finalmente dividir un número misto por otro número misto.*

151 *P.* Cómo se divide un entero por un quebrado?

*R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado; á esto se le pone por denominador el numerador del quebrado y se simplifica.*

1.er ejemplo: quiero dividir 5 por $\frac{2}{3}$, multiplicaré el entero 5 por el denominador del quebrado, que es 3, y tendré 15; á este producto le pondré por denominador el numerador 2 del quebrado, y tendré $\frac{15}{2}$ ó sacando los enteros, $7\frac{1}{2}$.

2.° ejemplo: si dividiese 15 por $\frac{3}{7}$, el cociente sería 35.

152 *P.* Cómo se divide un quebrado por un entero?

*R. Se multiplica el denominador del quebrado por el entero, y queda hecha con esto la division.*

1.er ejemplo: si quiero dividir $\frac{3}{4}$ por 6, multiplicaré el denominador 4 del quebrado por el entero 6, y tendré por cociente $\frac{3}{24}$, que simplificado se convierte en $\frac{1}{8}$.

2.° ejemplo: el cociente de dividir $\frac{10}{13}$ por 5 es despues de simplificado $\frac{2}{13}$.

153 *P.* Cómo se divide un número misto por otro misto.

*R. Se reduce cada entero á la especie del quebrado que le acompaña; y despues se ejecuta la division como la de un quebrado por otro* (149).

1.er ejemplo: quiero dividir $8\frac{2}{5}$ por $3\frac{2}{7}$; primero reduciré cada entero á la especie del quebrado que le acompaña, y tendré que dividir $\frac{42}{5}$ por $\frac{23}{7}$, que para ejecutarlo, practicaré la regla (149), y

tendré por cociente $\frac{294}{115}$, que despues de simplificado se convierte en $2\frac{64}{115}$.

2.º ejemplo: si divido $47\frac{2}{9}$ por $6\frac{3}{5}$, ejecutando lo dicho ántes, sacaré $7\frac{46}{297}$ por cociente.

3.er ej. $249\frac{7}{15}$ dividido por $32\frac{11}{23}$ da $7\frac{7631}{11205}$.

154 *P.* Qué es valuar un quebrado?

*R. Hallar su valor en unidades de la especie inferior á aquella á que se refiere el quebrado.*

155 *P.* Cómo se valúan los quebrados?

*R. Se multiplica el numerador por el número que espresa las veces que la unidad en que se quiere valuar el quebrado está contenida en aquella á que se refiere el quebrado, y esto se parte por el denominador;* si de la division resulta un número misto, y hay todavía unidades de especie inferior, *se hace con el quebrado del número misto lo mismo; y así se continúa hasta que no haya mas unidad de especie inferior: en cuyo caso si queda todavia quebrado se desprecia, si el numerador no llega á ser la mitad del denominador, y se añade, en vez del quebrado, una unidad á las unidades anteriores si el numerador llega ó pasa de la mitad del denominador.*

1.er ejemplo: quiero saber cuánto valen $\frac{5}{7}$ de doblon; multiplicaré el numerador 5 por 4, que son los pesos que tiene el doblon, y el producto 20 le dividiré por 7, lo que dá 2 pesos y $\frac{6}{7}$ de peso; para averiguar los reales que hay en $\frac{6}{7}$ de peso, multiplicaré el numerador 6 por 15, que son los reales que tiene un peso, y el producto 90 le dividiré por 7, y tendré 12 reales y $\frac{6}{7}$ de real: para averiguar los maravedises que hay en $\frac{6}{7}$ de real, multi-

plicaré el numerador 6 por 34, que son los maravedises que tiene un real, y el producto 204 lo dividiré por 7, y tendré que hay 29 maravedises y $\frac{1}{7}$ de maravedí, que como no hay unidad inferior al maravedí, y el numerador 1 no es la mitad del denominador 7 lo desprecio, y tengo que los $\frac{5}{7}$ de doblon valen 2 pesos 12 reales y 29 maravedises.

156 *P.* Cuántos casos pueden ocurrir en la valuacion de los quebrados?

*R.* Tres: *valuar un quebrado que se refiera á la unidad*; que es lo que se ha practicado: *valuar un quebrado que se refiera á un entero, y valuar un quebrado que se refiera á otro quebrado.*

157 *P.* Cómo se valúa un quebrado que se refiere á un entero?

*R. Se multiplica el numerador del quebrado por el entero, este producto se parte por el denominador, y el cociente* (si le hay) *espresará unidades de la misma especie que las del entero; si queda resta, se valúa en unidades de especie inferior como se ha dicho* (155).

Ejemplo 1.° Si quiero valuar los $\frac{3}{5}$ de 27 doblones, multiplicaré el numerador 3 por el entero 27, partiré el producto 81 por el denominador 5, y sacaré 16 doblones y $\frac{1}{5}$ de doblon; valuando este $\frac{1}{5}$ de doblon por las reglas anteriores, sacaría 0 pesos y 12 reales; y diría que los $\frac{3}{5}$ de 27 doblones valen 16 doblones, 0 pesos y 12 reales.

Ejemplo 2.° Si quisiera averiguar lo que valían $\frac{3}{17}$ de 5 doblones, practicando la regla, tendría $\frac{15}{17}$ de doblon, que no da ningun doblon; valuaría estos $\frac{15}{17}$ de doblon, y sacaría 3 pesos, 7 reales y 32 mara-

vedises, que sería el valor de los $\frac{3}{17}$ de 5 doblones.

158 *P* Cómo se valúa un quebrado que se refiere á otro quebrado?

*R.* En este caso vienen dos ó mas quebrados separados por la preposicion *de*, y se llaman *quebrados de quebrados*: y lo primero que se hace es reducirlos á un quebrado simple; para lo cual *se multiplican todos los numeradores entre sí, y se tiene el numerador del quebrado simple que se busca; se multiplican tambien todos los denominadores y se tiene el denominador; este quebrado que resulta es de la misma especie que el último que se dió, y se valúa por las reglas dadas* (155) *si se refiere á una unidad ó por las* (157) *si se refiere á muchas.*

Ejemplo 1.° Si quiero valuar los $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de vara, multiplicaré numerador por numerador y denominador por denominador, y tendré $\frac{8}{15}$ de vara: que valuados (155) dan 1 pie, 7 pulgadas y $2\frac{2}{5}$ líneas.

Ejemplo 2.° Si quiero averiguar lo que valen los $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{5}$ de 7 arrobas, reduciré primero los quebrados á uno solo y tendré $\frac{20}{90}$ de 7 arrobas, ó simplificando el quebrado será $\frac{2}{9}$ de 7 arrobas, que valuados (157) dan 1 arroba, 13 libras, 14 onzas y $3\frac{5}{9}$ adarmes.

Ejemplo 3.° los $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{2}$ de doblon valen o pesos, 13 reales y $11\frac{1}{3}$ maravedises.

*pronunciar al fin*; para lo cual, se va diciendo desde la coma á la derecha, en el primer lugar *décimas*, en el segundo *centésimas*, y así sucesivamente hasta que se llegue al último guarismo, cuyo nombre se apunta para que no se olvide, si es complicado el número; despues se lee todo el número por las reglas dadas (20); y al fin se pronuncia la especie de unidades que se apuntó, ó que espresaba el último guarismo. Para que no se confundan estas comas con la primitiva, la separacion se puede hacer por arriba, poniendo la coma inversa ó haciendo mayor la coma que fija el lugar de las decimales. Por ejemplo: si quisiera leer el número

8234,565297035008752;

averiguaría la especie de unidades que espresaba el último guarismo 2, y hallaría por el método acabado de esponer, que espresaba *milbillonésimas*. Despues le dividiré de derecha á izquierda en periodos de seis en seis guarismos, y luego cada uno de estos en dos de tres; y haciendo la division por arriba, lo tendré preparado como aquí se ve:

$8^{3}234,‘565^{2}297‘035^{1}008‘752$

y lo leeré así: *ocho trillones doscientos treinta y cuatro mil, quinientos sesenta y cinco billones, doscientos noventa y siete mil treinta y cinco millones, ocho mil setecientos cincuenta y dos milbillonésimas.*

Esto se puede hacer tambien leyendo primero el entero por las reglas dadas (20), y las decimales por las reglas acabadas de esponer; así, el número 3470265081725,30061256357727 lo prepararía del modo siguiente:

$3_{2}470,265_{1}081,725,30^{2}061‘256^{1}357‘727$

que se lee: *tres billones, cuatrocientos setenta mil doscientos sesenta y cinco millones, ochenta y un mil setecientos veinticinco enteros ó unidades, treinta billones, sesenta y un mil doscientos cincuenta y seis*

*millones ; trescientas cincuenta y siete mil setecientas veintisiete cienbillonésimas.*

168 *P.* Hay algun caso en que no se altere el valor de las decimales ?

*R.* Si señor : cuando *á continuacion de los guarismos significativos se añaden ó quitan ceros.*

169 *P.* Y si se ponen ceros entre la coma y los guarismos significativos ?

*R. Entónces se hace el quebrado decimal tantas veces menor como espresa la unidad seguida de tantos ceros como se han puesto entre la coma y los guarismos significativos.*

170 *P.* Cómo se reduce un quebrado comun á quebrado decimal?

*R.* Del modo siguiente: *tómese el numerador del quebrado por dividendo, y el denominador por divisor, y divídase el uno por el otro ; mas si el quebrado es propio, el denominador, que aqui hace de divisor, será mayor que el numerador, que hace de dividendo, y por lo mismo no cabrá el divisor en el dividendo; y asi se pone* 0 *en el cociente y despues de* 0 *la coma. Añádanse despues al dividendo tantos ceros como se necesiten para que el divisor esté contenido alguna vez en dicho dividendo con los ceros, y pónganse despues de la coma tantos ceros ménos uno como se añadieron al dividendo ; véase ahora cuantas veces cabe el divisor en este dividendo; póngase este guarismo por cociente, multiplíquese este cociente por el divisor y réstese del dividendo; añádase un cero á la resta, vuélvase á ver cuantas veces está contenido el divisor en este segundo dividendo parcial, póngase en el cociente, multiplíquese por el divisor, y réstese del dividendo ; á la resta añádase otro cero, y continúese asi hasta sacar los guarismos que se quieran.*

Ejemplo 1.º Quiero sacar con tres decimales el valor de $\frac{6}{13}$; ejecutaré la operacion como se vé á la vuelta:

Tomo el 6 por dividendo y el 13 por divisor; veo que el 13 no está contenido ninguna vez en el dividendo 6, y por lo mismo pongo 0 en el cociente y despues la coma; ahora debo añadir al dividendo 6 los ceros que necesite para que el 13 esté contenido en él alguna vez, y advierto que es suficiente añadir un cero, porque en 60 está ya contenido el 13; como solo he tenido que añadir un cero, no debo poner ahora ningun cero despues de la coma, y así veré cuántas veces está contenido el 13 en 60; son 4, lo pongo en el cociente despues de la coma; multiplico este cociente por el divisor, le resto del dividendo 60, y saco la resta 8. A esta resta añado un cero; veo que el 13 está contenido 6 veces en 80, pongo 6 en el cociente, multiplico por el divisor, y resto del dividendo 80; al lado de la resta 2 pongo otro cero, veo que el 13 en 20 está contenido una vez, pongo 1 en el cociente, multiplico por el divisor, y resto; del mismo modo continuaría hasta sacar los guarismos decimales que quisiese; con lo cual tengo reducido el quebrado $\frac{6}{13}$ á quebrado decimal aproximado hasta milésimas, esto es, que le falta para ser igual con el dado ménos de una milésima parte de la unidad.

| | |
|---|---|
| 60 | 13 |
| 080 | |
| 020 | 0,461 |
| 07 | |

Ejemplo 2.° Si quiero reducir á quebrado decimal el $\frac{7}{832}$, ejecutaré la operacion en esta forma:

Tomo el 7 por dividendo, el 832 por divisor, y como éste no está contenido ninguna vez en 7, pongo inmediatamente en el cociente cero y coma; veo cuantos ceros necesito añadir al 7 para que contenga alguna vez al 832, y son *tres*, los pongo, y despues de la coma pongo *dos* ceros, esto es, uno ménos de los que he tenido que añadir al dividen-

| | |
|---|---|
| 7000 | 832 |
| 03440 | |
| 01120 | 0,008413 |
| 02880 | |

do; empiezo ahora la division diciendo: 832 en 7000 cabe 8 veces, pongo 8 en el cociente despues de los dos ceros; multiplico por el divisor, y resto; á la resta le añado un cero, y así continuaré la division hasta sacar los guarismos que necesite, que supongo aquí que son seis, y tengo el quebrado 0,008413, que es el mismo que el $\frac{7}{832}$ con diferencia de ménos de una millonésima parte de la unidad.

171 *P.* Resulta alguna vez cociente exacto de reducir un quebrado comun á quebrado decimal?

*R.* Sí señor: cuando el denominador no tiene otros factores que el 2 ó el 5; pero cuando no sale cociente exacto, resulta al cabo de cierto tiempo que los guarismos del cociente se repiten otra vez los mismos, y á estas fracciones se les dá el nombre de *fracciones periódicas.*

Ejemplo 1.° Si quiero reducir el quebrado $\frac{13}{25}$ á decimal, encontraré cociente exacto; porque el denominador 25 se compone solo del producto de 5 por 5; ejecutada la operacion como aquí se ve:

| | |
|---|---|
| 130 | 25 |
| 0050 | 0,52 |
| 00 | |

Saco exactamente 0,52.

Ejemplo 2.° Si quiero reducir á quebrado decimal el $\frac{1}{16}$, ejecutando la operacion como aquí se ve:

| | |
|---|---|
| 100 | 16 |
| 0040 | 0,0625 |
| 080 | |
| 00 | |

Hallo que es exactamente 0,0625.

Ejemplo 3.° Si quiero reducir á quebrado decimal el quebrado comun $\frac{6}{11}$, ejecuto la operacion como se ve á la vuelta:

Y advierto que se van repitiendo los guarísmos 54, y por lo mismo los podré poner tantas veces como quiera. Esta fraccion 0,545454 &c. se llama *periódica*, porque se van repitiendo los guarismos de cierto en cierto tiempo.

| | |
|---|---|
| 60 | 11 |
| 050 | 0,545454&c. |
| 060 | |
| 050 | |
| 060 | |
| 050 | |

Ejemplo 4.° Si quiero reducir el $\frac{4}{7}$, ejecutaré la operacion como aquí se presenta:

En la cual veo que al sesto guarismo sale la resta 4, que es la misma que el dividendo, y por consiguiente añadiéndole 0, volverá otra vez el divisor 7 á estar contenido 5 veces, luego 7 &c.; por lo que pondré á continuacion del cociente hallado 0,571428 tantas veces como quiera el periodo 571428 en esta forma:

| | |
|---|---|
| 40 | 7 |
| 050 | 0,571428 |
| 010 | |
| 030 | |
| 020 | |
| 060 | |
| 04 | |

0,571428571428571428&c.

Si en este ejemplo me hubiera propuesto hallar solo tres guarismos, no hubiera llegado á descubrir el periodo, como sucede en todos los casos en que el período consta de mas guarismos de los que se necesitan sacar.

172 *P.* Cuando la resta que se repite no es la misma que el dividendo ó numerador, ¿la fraccion es toda periódica?

*R.* No señor: *entónces en parte es periódica, y en parte no.*

Ejemplo 1.° Si quisiera reducir la fraccion $\frac{5}{12}$ á decimal, ejecutando la operacion como se vé en la que sigue:

Encuentro que se repite la resta que da 6 por cociente; y así despues del 0,416 podré poner las veces que quiera el 6; porque si á la resta 8 le añado 0, volverá á caber *seis* veces el divisor,

| | |
|---|---|
| 50 | 12 |
| 020 | 0,41666 &c. |
| 080 | |
| 08 | |

y dejará la misma resta; y así tendré la fraccion 0,41666 &c., que en parte es periódica, y en parte no. Como no podemos tomar todos los 6 que resultan, cuando se han de hacer operaciones con estos quebrados, en vez de los guarismos 6 que suprimimos, se añadirá una unidad al último 6 que se escribe. Supongamos que se nos dice, que queremos tener solo cuatro guarismos; en vez de despreciar los guarismos 6 que van despues del segundo 6, añadirémos 1 á este, y dirémos que el quebrado es 0,4167; el cual se acerca al verdadero valor mas que el 0,4166.

En general, se debe añadir una unidad al último guarismo decimal que se conserva si el primero de los que se suprimen, es 5 ó mayor que 5, y se deja el último como lo que es, si es menor que 5. Por lo que, si nos dijesen que solo necesitábamos tomar dos guarismos decimales, pondríamos 0,42. Y si nos dijesen que solo se necesitaba un guarismo decimal, tomaríamos 0,4 despreciando todo lo demas, porque el guarismo que sigue al primer guarismo, que es el que se conserva, es menor que 5.

Ejemplo 2.º Si reduzco á decimal el quebrado $\frac{137}{275}$ sacaré 0,49818181 &c.

173 *P.* Dada una fraccion decimal, ¿se puede encontrar el quebrado comun de donde provino?

*R.* Sí señor: en esto pueden ocurrir tres casos: 1.º *que la fraccion decimal no sea periódica*: 2.º *que lo sea*; *y* 3.º *que en parte sea periódica y en parte no.*

174 *P.* Cómo se pone en forma de quebrado comun una fraccion decimal no periódica?

*R. Se le pone por numerador los guarismos significativos, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como guarismos decimales hay, y despues se simplifica si se puede.*

Ejemplo 1.º He visto (171 ej. 1.º) que el quebrado decimal 0,52 ha provenido del comun $\frac{13}{25}$; si quiero venir en conocimiento de este por medio de aquel, le pondré por numerador los guarismos significativos del 0,52, y por denominador la unidad seguida de dos ceros, porque hay dos guarismos decimales; con lo cual tengo el quebrado $\frac{52}{100}$, que despues de simplificado (131), se convierte en $\frac{13}{25}$, que es el mismo que produjo al 0,52.

Ejemplo 2.º Si quisiera averiguar de donde provenía el quebrado 0,367, diría que era de $\frac{367}{1000}$, que no se puede simplificar.

Ejemplo 3.º Si quisiera averiguar de que quebrado comun provenía el decimal 0,046875, hallaría despues de simplificar, que proviene de $\frac{3}{64}$.

175 *P.* Cuando la fraccion es periódica, ¿cómo se halla el quebrado de donde proviene?

*R. Se pone por numerador el periodo, y por denominador tantos nueves como guarismos tiene el periodo. Si ántes de empezar el periodo hubiese ceros, se pondrán en el denominador despues de los nueves tantos ceros como habia entre la coma y el periodo; luego se simplifica si se puede.*

Ejemplo 1.º Si quiero hallar el quebrado de donde proviene el 0,5454 &c., pondré por numerador el 54 y por denominador dos 9, y tendré $\frac{54}{99}$, que despues de simplificado, dividiendo dos veces sus dos términos por 3, se convierte en $\frac{6}{11}$, que es

en efecto (171 ej. 3.º) el que produjo al 0, 5454 &c.

Ejemplo 2.º Si tuviera la fraccion 0,05151 &c. diría que había provenido de $\frac{51}{990}$ ó de $\frac{17}{330}$.

176 *P.* Cómo se halla el quebrado de donde proviene una fraccion decimal, que en parte es periódica y en parte no?

*R Se multiplica el número que componen los guarismos no periódicos por un número que conste de tantos nueves seguidos como guarismos tenga el periodo; á este producto se añaden los guarismos que forman el periodo, y la suma que resulte es el numerador del quebrado que se busca. El denominador se compone de tantos nueves seguidos como guarismos tiene el periodo; y despues de los nueves tantos ceros como guarismos no periódicos habia. Despues se simplifica todo lo que se pueda.*

Ejemplo 1.º Quiero averiguar de donde proviene la fraccion 0, 41666 &c.; como aquí el periodo se compone de un solo guarismo, multiplicaré el número 41, que son los guarismos no periódicos por un 9, y al producto 369 le añadiré el periodo que es 6, y tendré que 375 será el numerador del quebrado que busco. El denominador se compondrá de un solo 9, porque el periodo es de un solo guarismo, pero acompañado de dos ceros, porque hay dos guarismos no periódicos, y así tengo el quebrado $\frac{375}{900}$ que, despues de simplificado, se convierte en $\frac{5}{12}$, que es en efecto el que produjo (172 ejemplo 1.º) al 0,41666 &c.

Ejemplo 2.º Si quiero averiguar de donde proviene la fraccion 0,498181 &c. multiplicaré 49 por 99, al producto 4851 añadiré 81, y á la suma 4932 le pondré por denominador 9900, y tendré el quebrado $\frac{4932}{9900}$, que despues de simplificado (131), se convierte en $\frac{137}{275}$, que es en efecto el que produce al 0,4981818 &c.

Ejemplo 3.° Si quiero averiguar de donde proviene la fraccion 0,0520303 &c., practicando la regla hallaré $\frac{5151}{99000}$, que se convierte en $\frac{1717}{33000}$.

Ejemplo 4.° El quebrado 0,4379379379 &c. proviene del $\frac{875}{1998}$.

## CAPÍTULO IX.

*De las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir decimales, ya vayan acompañadas de enteros, ó ya vayan solas.*

177 *P.* En las reglas que se van á dar para las operaciones de las fracciones decimales, ¿influye algo el que vayan acompañadas de enteros?

*R.* No señor: las reglas son las mismas en todas las operaciones, haya enteros ó no los haya.

178 *P.* Cómo se suman las decimales?

*R.* *Se ponen todos los sumandos los unos debajo de los otros de modo que se correspondan las décimas debajo de las décimas, las centésimas debajo de las centésimas &c., esto es, que la coma en todos los sumandos forme columna. Y despues empezando de derecha á izquierda, se suman exactamente como si fuesen enteros, teniendo cuidado de poner la coma en la suma, de modo que forme columna con las de los sumandos.*

Ejemplo 1.° Quiero sumar 8,32 con 0,7325, con 15,07, con 0,0083 y con 3,2. Pondré estos sumandos los unos debajo de los otros, de modo que la coma esté en columna como se vé en (A):

Y despues de tirada la raya, empiezo por la derecha diciendo: 5 y 3 son 8, pongo 8 debajo de la raya, y paso á la columna siguiente, donde digo: 2 y 8 son 10, pongo 0, y llevo una para añadirla á la suma de la columna siguiente; y continúo la operacion como si fuesen enteros (47), teniendo cuida-

do de poner la coma entre el 7 y el 3 debajo de las de los sumandos, y saco la suma 27,3308.

Ej. 2.° Si quiero sumar 47,2356, con 128,035793, con 439,5128, con 0,072, con 0,83, con 9,5 y con 15,732, ejecutaré la operacion como he dicho, y se manifiesta en (B).

| (A) | (B) |
| --- | --- |
| 8,32 | 47,2356 |
| 0,7325 | 128,035793 |
| 15,07 | 439,5128 |
| 0,0083 | 0,072 |
| 3,2 | 0,83 |
| | 9,5 |
| 27,3308 | 15,732 |
| | 640,918193 |

Ejemplo 3.° Si quisiera sumar 4507,21873, con 23,538, con 0,0356, con 329,8725, con 78,53, con 275,095032 y con 0,000307, ejecutaría la operacion como he dicho, y sacaría por suma 5214,290169.

Ej. 4.° La suma de 143,093275, con 78308,3927, con 9,810356, con 25,9003, con 0,52, con 57,293598, con 4860,23 y con 21,3469, es 83426,587129.

179 Cómo se restan las decimales?

*R. Del mismo modo que los enteros, poniendo el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de cada especie, esto es, que la coma del sustraendo corresponda debajo de la del minuendo; se tira una raya y se resta como en los números enteros. Aquí puede ocurrir que no tengan un mismo número de guarismos decimales el minuendo y sustraendo; si el sustraendo tiene ménos guarismos decimales que el minuendo, lo primero que se hace es poner aquellos guarismos que tiene demas el minuendo, y luego se restan los del sustraendo de los que quedan en el minuendo, teniendo cuidado de poner la coma en la resta que forme colum-*

*na con las del minuendo y sustraendo; si el minuendo tiene ménos que el sustraendo, se resta el último guarismo del sustraendo de 10, y todos los demas de 9, hasta llegar al primer guarismo del minuendo, el cual se considera con una unidad ménos.*

Ejemplo 1.° Quiero restar de 15,378 el número 3,625; pondré el sustraendo 3,625 debajo del minuendo como he dicho y aquí se vé:

| |
|---|
| 15,378 |
| 3,625 |
| 11,753 |

Y despues de tirada la raya, como tienen un mismo número de guarismos decimales, diré; de 5 á 8 van 3, que pongo debajo; de 2 á 7 van 5, de 6 á 13 van 7, pongo ahora la coma, y continúo diciendo: de 13 llevo 1, 3 y 1 que llevaba son 4, de 4 á 5 va 1 y de 0 á 1 va 1; con lo que saco la resta 11,753.

Ejemplo 2.° Si quiero restar 0,56807 de 0,87295, ejecutaré la operacion como aquí se vé:

| |
|---|
| 0,87295 |
| 0,56807 |
| 0,30488 |

Ejemplo 3.° Si quisiera restar de 49,38753, el número 27,052, colocaría los números de este modo:

| |
|---|
| 49,38753 |
| 27,052 |
| 22,33553 |

Y como el sustraendo tiene ménos guarismos decimales que el minuendo, pongo debajo de la raya los dos guarismos 53 del minuendo, que no tiene correspondientes en el sustraendo, y despues resto diciendo: de 2 á 7 van 5, de 5 á 8 van 3, de 0 á 3 van 3, de 7 á 9 van 2, de dos á 4 van 2, y colocando al mismo tiempo estos guarismos y la coma en sus lugares respetivos, hallo que la resta es 22,33553.

Ej 4.° Si quisiera restar 527,38 de 1495,153647, ejecutaría la operacion, y sacaría la resta 967,773647.

Ej. 5.° Si de 272,3578 resto 164, hallo 108,3578.

Ej. 6.° Si de 45,32 quisiera restar 36,213574, pondría el sustraendo debajo del minuendo como aquí se vé:

Tiraría la raya, y como el sustraendo tiene mas guarismos que el minuendo, diría: de 4 á 10 van 6, que pongo; de 7 á 9 van 2; de 5 á 9 van 4; de 3 á 9 van 6: ahora debo considerar al 2 del minuendo con una unidad ménos, y diré: de 1 á 1 no va nada, por lo que pongo 0, de 2 á 3 va 1, de 6 á 15 van 9, y de 15 llevo 1; 3 y 1 que llevaba son 4, de 4 á 4 va cero, y saco la resta 9,106426.

|  |
|---|
| 45,32 |
| 36,213574 |
| 09,106426 |

Ej. 7.º Si de 486 resto 293,50732, hallo 192,49268.

Ej. 8.º Si de 52 resto 0,072, hallaré 51,928.

180 *P.* Cómo se multiplican las decimales?

*R* *No se hace caso de la coma; se multiplican como si fuesen números enteros, y luego en el producto se separan tantos guarismos con la coma de derecha á izquierda como habia en ambos factores juntos; y si no tuviese bastantes, se pondrán ceros á la izquierda.*

Ejemplo 1.º Quiero multiplicar 3,74 por 5,8; tomaré por multiplicador, segun dije en la multiplicacion de los enteros (70), el 5, 8 que tiene ménos guarismos, y lo pondré debajo del multiplicando como si no estuviese la coma; de modo que aquí no importa nada el que la coma no forme columna como aquí se vé:

Despues de tirada la raya, multiplicaré el 3,74 por el 5,8 sin hacer caso de la coma, y separando en el producto 21692 tres guarismos con la coma de derecha á izquierda, que son los guarismos decimales que había en ambos factores juntos, resultará el producto verdadero 21,692.

|  |
|---|
| 3,74 |
| 5,8 |
| 2 992 |
| 1 870 |
| 21,692 |

Ej, 2.º Si quiero multiplicar 0,46 por 0,5, ejecutaré la operacion como aquí se vé:

Multiplicaré el 46 por 5, lo que me da el producto 230; y como en este producto debo separar tres guarismos con la coma, que son los que hay, pondré ántes un cero, y tendré 0,230; pero como los ceros á continuacion de los guarismos decimales no les aumentan ni les dísminuyen (168), borraré el 0 que hay despues del 3, y diré que el producto es 0,23.

| |
|---:|
| 0,46 |
| 0,5 |
| 0,230 |

Ej 3.° Si quiero multiplicar 0,37 por 0, 2, ejecutaré la operacion como aquí se ve:

Multiplicaré el 37 por 2; y como el producto 74 no tiene mas de dos guarismos, y debo separar tres con la coma, supliré con ceros á la izquierda los guarismos que me falten y tendré el producto 0,074.

| |
|---:|
| 0,37 |
| 0,2 |
| 0,074 |

Ej. 4.° Si quiero multiplicar 27,326 por 45,3, ejecutaré la operacion como se vé en (A).

Ej. 5.° Si quiero multiplicar 0,0062 por 0,053, ejecutaré la operacion como se manifiesta en (B).

| (A) | (B) |
|---:|---:|
| 27,326 | 0,0062 |
| 45,3 | 0,053 |
| 81978 | 186 |
| 136630 | 310 |
| 109304 | 0,0003286 |
| 1237,8678 | |

Ejemplo 6.° El producto de 3,2753 por 0,27 es 0,884331.

Ej. 7.° El producto de 568 por 0,35 es 198,8.

181 *P.* No hay aquí ninguna abreviacion cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros?

*R.* Si señor: un número que lleva enteros con decimales, ó decimales solas, *se multiplica por 10 cor-*

*riendo la coma un lugar hácia la derecha, por* 100 *corriéndola dos; por* 1000 *corriéndola tres; y en general, para multiplicar por la unidad seguida de ceros, no hay mas que correr la coma tantos lugares hacia la derecha como ceros hay despues de la unidad. Si hubiese tantos ceros como guarismos decimales, quedaria hecha la multiplicacion con quitar la coma; y si hubiese ménos guarismos decimales que ceros despues de la unidad, seria necesario borrar la coma, y añadir tantos ceros como haya de diferencia entre el número de ceros que siguen á la unidad y los guarismos decimales.* V. gr. Si quisiera multiplicar el número 43,52367 por 100, el producto sería 4352,367; si le hubiera querido multiplicar por 10000, el producto sería 435236,7; si le hubiera querido multiplicar por 100000, el producto sería 4352367; y finalmente si le hubiera querido multiplicar por 10000000, el producto hubiera sido 435236700.

182 *P.* Cómo se dividen las decimales?

*R. Se añaden al dividendo ó divisor tantos ceros como se necesiten para que en ambos haya un mismo número de guarismos decimales; entónces se borra la coma, y se ejecuta la division como la de los enteros, sin tener que hacer nada con el cociente. Despues, si la division no sale exacta, aquella resta, que se habia de poner al lado del cociente en forma de quebrado, se convierte en quebrado decimal; esto es, luego que se ha bajado el último guarismo se añade á la resta un cero; é inmediatamente se pone la coma en el cociente; se ve cuantas veces cabe el divisor en esta resta, se pone en el cociente despues de la coma este nùmero de veces, ó cero, si no cabe ninguna vez; se multiplica por el divisor, y se resta; á la resta se le añade otro cero, se ve cuantas veces está contenido el divisor, y asì se continúa hasta haber sacado los guarismos decimales que se quieran.*

Ejemplo 1.° Quiero dividir 0,5 por 0,125; aña-

diré al dividendo 0,5 dos ceros y se convertirá en 0,500; despues borro la coma en el dividendo y divisor, y queda reducida la operacion á dividir 500 por 125, lo que ejecutado (89) como se ve:

| | |
|---|---|
| 500 | 125 |
| 000 | 4 |

Da 4 por cociente, y digo que el 0,125 está contenido *cuatro* veces en 0,5.

Ejemplo 2.° Si quiero dividir 24 por 7,25, como el dividendo no tiene ningun guarismo decimal, le añadiré dos ceros, y borrando la coma en el divisor, queda reducida la operacion á dividir 2400 por 725, la que ejecutada (89) como aquí se presenta: Da 3 por cociente, y deja 225 por resta; la cual, en vez de ponerla al lado del cociente 3 con la raya y el divisor debajo, la reduciré á decimales, añadiéndole un cero, poniendo la coma despues del 3, y continuando la division; para esto veo que el 725 está contenido 3 veces en 2250, pongo este 3 despues de la coma; multiplico por el divisor, y resto; á la resta 75 añado otro cero, veo que está contenido una vez el divisor, pongo 1 en el cociente, y así continúo hasta sacar los guarismos decimales que desée, que aquí supongo que son cinco.

| | |
|---|---|
| 2400 | 725 |
| 02250 | 3,31034 |
| 00750 | |
| 02500 | |
| 03250 | |
| 0350 | |

Ejemplo 3.° Para dividir 246,325 por 7, añadiré al divisor 7 *tres* ceros, porque no teniendo ningun guarismo decimal, le faltan tres para tener los que el dividendo; borro despues la coma en el dividendo, y queda reducida la operacion á dividir 246325 por 7000; y ejecutada la operacion como se ve en la siguiente:

```
24632,5,    | 7ØØØ
 03632 5    |------------------------
  0132 5    | 35,189285714285714&c.
   062 5
    06 5
     0 20
      060
       040
        050
         010
          030
           020
```

Saco el cociente 35, pongo coma á la derecha, y en vez de añadir un cero á la resta 1325 para sacar decimales, borro un o en el divisor, el cual se convertirá en 700; divido el 1325 por 700; saco el cociente 1, y 625 por resta; borro otro o en el divisor, y se convertirá en 70; divido el 625 por 70, y tengo el cociente 8 y la resta 65; borro el otro o en el divisor y se convertirá en 7; divido el 65 por 7; pongo 9 en el cociente y me queda 2 por resta; y si ahora quiero continuar la operacion, iré añadiendo ceros á la resta como allí se presenta.

Ejemplo 4.° Si quisiera dividir 893,3 por 0,077, ejecutaría la operacion como aquí se ve:

```
89,3,3,0,0,   | 77
 123          |----------------------------
 0463         | 11601,2987012987012987 &c.
   0 0100
     0230
      0760
       0670
        0540
         001
```

Ejemplo 5.° Dividiendo 0,00758 por 0,0003 sale 25,2666 &c.

Ejemplo 6.° Dividiendo 0,52 por 0,753, resulta 0,6905.

183 *P.* Hay aquí tambien abreviacion cuando el divisor es la unidad seguida de ceros?

*R.* Sí señor: para dividir un número cualquiera que contenga decimales, por la unidad seguida de cierto número de ceros, *se correrá la coma tantos lugares hácia la izquierda como ceros hay despues de la unidad; y si no hay bastantes guarismos hácia la izquieada de la coma, se suplen con ceros.* V. g. Si quiero dividir por 100 el número 452,3, ó lo que es lo mismo, si le quiero hacer 100 veces menor, correré la coma dos lugares hácia la izquierda, y tendré 4,523; si le quisiera haber dividido por 1000, la hubiera corrido tres, y tendría 0,4523; y si le hubiera querido dividir por 100000 la hubiera corrido cinco lugares en esta forma: 0,004523. Si el número no tuviese decimales, se separarían con la coma tantos guarismos como ceros hubiese despues de la unidad; y así dividiendo por 100 el número 585, tendré 5,85; y dividiéndole por 10000, tendré 0,0585.

184 *P.* Cómo se valúa un quebrado decimal?

*R. Multiplicándole por el número que espresa las veces que la unidad en que se quiere valuar el quebrado cabe en aquella á que se refiere el quebrado. Si hay unidades de especie inferior, todavia se vuelve á multiplicar el quebrado que resulte por el número de veces que la unidad en que se quiere valuar ahora este quebrado cabe en aquella á que se refiere el quebrado; y asi se continúa hasta que no haya unidades de especie inferior; y si al fin queda quebrado, se desprecia si no llega á cinco décimas, y se añade en vez de él una unidad si llega ó pasa de cinco décimas.*

Ejemplo 1.° Si quiero averiguar cuanto valen 0,37 de doblon, ejecutaré la operacion como se ve en (A); multiplicaré el 0,37 por 4, que son los pesos que tiene un doblon, y saco 1 peso y 0,48 de peso: que para reducirlo á reales, multiplico el



0,48 por 15, que son los reales que tiene el peso; para esto coloco el 15 debajo del primer producto 1,48; pero no multiplicaré el entero 1, y saco 7,20 reales, que borroré el 0, y multiplicaré por 34 las 2 décimas, y saco 6,8, esto es, 6 maravedises y 8 décimas de maravedí; pero como 8 décimas es mayor que 5, diré que son 7 maravedises, y las 0,37 de doblon valdrán 1 peso, 7 reales y 7 maravedises.

Ejemplo 2.° Si quiero averiguar cuanto valen 0,473 de quintal, ejecutaré la operacion como se ve en (B).

Y hallaré que valen 1 arroba, 22 libras, 4 onzas 12 adarmes y 0,8 de adarme, que como es mayor que 5 décimas, añadiré una unidad á los adarmes, y diré que son 13 los adarmes.

| (A) | (B) |
|---|---|
| 0,37 de doblon. | 0,473 de quintal. |
| 4 | 4 |
| 1,48 pesos. | 1,892 arrobas. |
| 15 | 25 |
| 240 | 4460 |
| 48 | 1784 |
| 7,20 reales. | 22,300 libras. |
| 34 | 16 |
| 6,8 mrs. | 4,8 onzas. |
| | 16 |
| | 12,8 adarmes. |

Ejemplo 3.° Si quisiera averiguar cuanto valían 0,3251 de vara, ejecutaría la operacion como se ve en (C).

Y hallaré que valen 11 pulgadas 8 líneas y 0,4432

de línea; pero como 4 decimas no llega á 5 décimas, desprecio dicho quebrado decimal y digo que el resultado es 11 pulgadas y 8 líneas.

Ejemplo 4.° Si quiero averiguar cuanto valen 0,274 de dia, ejecutaré la operacion como se ve en (D).

| (C) | (D) |
|---|---|
| 0,3251 de vara. | 0,274 de dia. |
| 3 | 24 |
| 0,9753 pies. | 1096 |
| 12 | 548 |
| 19506 | 6,576 horas |
| 9753 | 60 |
| 11,7036 pulgadas. | 34,56ø *minutos primeros.* |
| 12 | 60 |
| 14072 | 33,6ø *minutos segundos.* |
| 7036 | |
| 8,4432 líneas. | |

## CAPÍTULO X.

### *De las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir números denominados.*

185 *P.* Qué son números denominados?

*R. Los que constan de unidades de diferentes especies relativas todas á un mismo género*, como 7 varas, 2 pies, 5 pulgadas y 8 líneas, y 6 quintales, 2 arrobas y 7 libras.

186 *P.* Cómo se suman los números denominados?

*R. Se ponen todos los sumandos los unos debajo de los otros, de modo que se correspondan las unidades de cada especie; se tira una raya, y se empieza á sumar por las de especie inferior; si la suma*

*de estas contiene alguna ó algunas unidades de la especie inferior inmediata, se guardan para sumarlas con las de la columna inmediata; se suman estas, y así se continúa.*

Ejemplo 1.º Quiero sumar 8 pesos, 3 reales y 7 maravedises, con 5 pesos, 12 reales y 23 maravedises, con 23 pesos, 7 reales y 15 maravedises, y con 1 peso, 5 reales y 3 maravedises. Colocaré todos los sumandos los unos debajo de los otros como aquí se vé:

| | | |
|---|---|---|
| (1 | (1 | |
| 8 ps. | 3 rs. | 7 mrs. |
| 5 | 12 | 23 |
| 23 | 7 | 15 |
| 1 | 5 | 3 |
| | ~~28~~ | ~~48~~ |
| 38 ps. | 13 rs. | 14 mrs. |

Tiraré una raya, y empezaré sumando los maravedises, lo que me de 48 maravedises, que pongo debajo de los maravedises hasta que esté bastante diestro para conservar en la memoria el resultado, y hallar los que quedan despues de sacadas las unidades que hay para la columna inmediata; veo que en 48 maravedises hay un real, y quedan 14 maravedises; borro el 48, pongo debajo los 14 maravedises que me quedan, y el 1 real que llevo para sumarlo con los reales de la columna inmediata, lo pongo encima de los reales separado con una media luna, y sumo todos estos reales, lo que me da 28 reales; pero en 28 reales hay un peso, y quedan 13 reales; borro el 28, pongo debajo los 13 reales que me quedaron, y el 1 peso le coloco sobre los pesos, y sumo, lo que da 38 pesos: y por tanto digo que la suma es 38 ps. 13 rs. y 14 mrs.

Ejemplo 2.º Si quiero sumar 15 quintales, 3 arrobas, 23 libras y 7 onzas, con 47 quintales, 1 arroba y 15 onzas, con 3 quintales, 5 libras y 12 onzas, y con 13 quintales, 2 arrobas, 5 libras y 2 onzas, ejecutaré la operacion como á la vuelta se ve:

| (1 | (1 | (2 | |
|---|---|---|---|
| 15 quintales. | 3 arrobas. | 23 libras. | 7 onzas. |
| 47 | 1 | | 15 |
| 3 | | 5 | 12 |
| 13 | 2 | 5 | 2 |
| | 11 | 35 | 36 |
| 79 quintales. | 3 arrobas. | 10 libras. | 4 onzas. |

Ejemplo 3.° Si quisiera sumar 8 varas, 2 pies, 5 pulgadas y 7 líneas, con 15 varas, 1 pie, 8 pulgadas y 3 líneas, con 11 varas, 10 pulgadas y 8 líneas, con 3 varas, 2 pies, 6 pulgadas y 9 líneas; con 1 vara, 1 pie, 7 pulgadas y 8 líneas, ejecutaría la operacion como aquí se presenta:

| (3 | (3 | (2 | |
|---|---|---|---|
| 8 varas. | 2 pies. | 5 pulgadas. | 7 lineas. |
| 15 | 1 | 8 | 3 |
| 11 | | 10 | 8 |
| 3 | 2 | 6 | 9 |
| 1 | 1 | 7 | 8 |
| 9 | 38 | 35 | |
| 41 varas | 0 pies | 2 pulgadas | 11 líneas. |

187 *P.* Cómo se restan los números denominados?

*R. Se pone el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de una misma especie; se tira una raya, y se va restando cada especie de unidades del sustraendo de las correspondientes en el minuendo, empezando por las de especie inferior. Aqui puede ocurrir que en alguna especie haya mas unidades en el sustraendo que en el minuendo; para poder restar en este caso, se toma una unidad de la especie inmediatamente superior y se descompone en las de aquella especie de que se*

*trata, se suman con las que hay, y de esta suma se restan las del sustraendo; despues es menester tener presente en la columna inmediata que se quitó una unidad al minuendo para rebajársela. Si en la especie inmediata de unidades no hay ninguna unidad, se pasa á tomarla de la otra, y en caso de no haberla tampoco en esta se pasa á la otra, y asi hasta llegar á una en que las haya; entónces se toma una de estas unidades, se descompone en las de especie inferior inmediata; y como con sola una de estas hay bastante para poder restar de ella las de la especie inferior que se trata de restar, se conciben dejadas en la columna inmediatamente inferior tantas unidades ménos una como contenia la de especie superior inmediata; esta unidad que queda se descompone en unidades de la especie inferior siguiente; y si es de estas de las que habia de restar, se ejecuta la resta; si no, se dejan con el pensamiento en esta columna, tantas unidades ménos una como contenia la de especie superior inmediata, y esta que queda se descompone en las que le siguen, y asi se procede hasta que se llega á la columna en que se trataba de restar; lo cual ejecutado, se pasa á las columnas siguientes, teniendo cuidado de rebajar una unidad á aquella de que se le quitó. Esto se hará mas claro con los siguientes ejemplos.*

Ejemplo 1.° De 75 doblones, 3 pesos, 12 reales y 27 maravedises, quiero restar 12 doblones, 1 peso, 7 reales y 19 maravedises. Colocaré el sustraendo debajo del minuendo, y despues de tirada la raya, empezaré á restar por la columna de los maravedises, lo que me da 8 maravedises de resta; paso á restar los reales del sustraendo de los correspondientes del minuendo, y hallo 5 reales de resta; paso á los pesos, y encuentro 2 pesos; y fi-

| | | | |
|---|---|---|---|
| 75 *ds.* | 3 *ps.* | 12 *rs.* | 27 *mrs.* |
| 12 | 1 | 7 | 19 |
| 63 *ds.* | 2 *ps.* | 5 *rs.* | 08 *mrs.* |

nalmente pasando á los doblones, hallo que la resta total es 63 doblones, 2 ps. 5 rs. y 8 mrs.

Ejemplo 2.° De 59 quintales, 2 arrobas, 23 libras, 6 onzas y 13 adarmes, quiero restar 37 quintales, 3 arrobas, 15 libras, 9 onzas y 4 adarmes. Despues de colocado el sustraendo debajo del minuendo y tirada la raya, empiezo restando los adarmes y hallo 9 adarmes de resta; paso á las onzas, y como de 6 onzas no puedo restar 9 onzas, tomo una unidad de la especie superior inmediata que es la de las libras, y como una libra tiene 16 onzas, añado á estas 16 las 6 que había en la columna de las onzas, y tengo 22 onzas; restando ahora 9 onzas de 22 onzas, saco 13 de resta; paso á la columna de las libras, y como tomé una unidad de las libras del minuendo, para poder restar las onzas, consideraré al 23 libras con una ménos, es decir, como si fuese 22, y restando 15 de 22 saco por resta 7 libras; paso á la columna de las arrobas, veo que no se pueden restar 3 arrobas, de 2 arrobas; por consiguiente tomo una unidad de los quintales, que como tiene 4 arrobas digo: 4 y 2 que tenía son 6, de 3 á 6 van 3, pongo en la resta 3 arrobas, y pasando á restar los quintales, teniendo présente que he tomado uno de los del minuendo, saco por último que la resta total es 21 quintales, 3 arrobas, 7 libras, 13 onzas y 9 adarmes.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $59\ q.^s$ | $2\ ar.^s$ | $23\ l.^s$ | $6\ onz.^s$ | $13\ ad.^s$ |
| 37 | 3 | 15 | 9 | 4 |
| $21\ q.^s$ | $3\ ar.^s$ | $07\ l.^s$ | $13\ onz.^s$ | $9\ ad.^s$ |

Ejemplo 3.° De 29 varas y 5 líneas; quiero restar 15 varas, 2 pies, 8 pulgadas y 7 líneas. Colocaré el sustraendo debajo del minuendo, ocupando con ceros los lugares donde no hay unidades en el minuendo conforme se vé á la vuelta:

Y despues de tirada la raya, empiezo á restar por las líneas; pero como de 5 lineas no puedo restar 7 lineas, voy á tomar una unidad de la columna inmediata, que como no las hay, paso á la otra, que tampoco tiene, y así tengo que tomar una unidad de la columna de las varas; una vara tiene 3 pies; y como para restar las líneas solo se necesita 1 pie, dejo con el pensamiento los otros 2 en la columna de los pies, ó para mayor claridad pongo 2 encima del 0 pies; y como 1 pie, que es el que me queda, tiene 12 pulgadas, y para restar las líneas es suficiente una pulgada, dejo las otras 11 en la columna de las pulgadas, y luego digo: 1 pulgada tiene 12 líneas, y 5 que hay en la columna de las líneas son 17, quitando de 17 líneas 7 líneas que hay en el sustraendo, quedan 10 líneas; restando despues 8 pulgadas de 11 pulgadas, 2 pies de 2 pies, y 15 varas de 28 varas (porque antes quité una), saco por resta total 13 varas, 0 pies, 3 pulgadas y 10 líneas.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2 | 11 | |
| 29 v.s | 0 *pies.* | 0 *pulg.*s | 5 *lin.*s |
| 15 | 2 | 8 | 7 |
| 13 v.s | 0 *pies.* | 3 *pulg.*s | 10 *lin.*s |

Ejemplo 4.° Si de 327 doblones, quiero restar 258 doblones, 2 pesos, 13 reales y 27 maravedises, ejecutaré la operacion como aquí se ve:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3 | 14 | 34 |
| 327 doblones. | 0 pesos. | 0 rs. | 0 mrs. |
| 258 | 2 | 13 | 27 |
| 068 doblones. | 1 peso. | 01 rs. | 07 mrs. |

188 *P.* Cómo se multiplican los números denominados?

*R.* *Practicando estas tres reglas*: 1.ª *se reducen el multiplicando y el multiplicador á la menor de sus es-*

*pecies; 2.ª se multiplican entre sí estos dos números despues de reducidos; 3.ª se divide el producto por el número que espresa cuantas veces la unidad de especie inferior del multiplicador cabe en la mayor; y el cociente espresa el producto en las unidades de especie inferior del multiplicando, que se reducirán á las de especie superior segun las reglas dadas* (110).

189 *P.* Cómo se conoce en una cuestion cual es el multiplicando?

*R.* De este modo: se observa de qué especie es lo que se busca, y el número que es de la especie que se busca es el multiplicando y el otro el multiplicador. V. gr. Si quiero averiguar cuanto valen 5 varas y 2 pies de una tela cualquiera á 8 pesos y 3 reales, como lo que voy á buscar son pesos y reales, diré que 8 pesos y 3 reales es el multiplicando, y 5 varas y 2 pies el multiplicador.

190 *P.* Por qué no me habeis dado ántes esta regla?

*R.* Porque no se necesita saber distinguir el multiplicando ni el multiplicador en ninguna clase de números, sinó en los denominados.

191 *P.* Me podréis aplicar esas reglas á algunos ejemplos.

*R.* Si señor: y sea el 1.º averiguar cuanto valen 5 varas y 2 pies, costando la vara á 8 pesos y 3 reales; reduciré primero el multiplicando y el multiplicador á la menor de sus especies, y tendré el primero reducido (80) á 123 reales, y el segundo á 17 pies; multiplico 123 por 17, y saco el producto 2091; este producto le divido por 3, que espresa las veces que la unidad de especie inferior del multiplicador cabe en la mayor, y tendré el cociente 697, que espresa los reales que valen las 5 varas y 2 pies; mas como la cuestion venía propuesta en pesos, reduciré estos 697 reales á pesos, y sacaré (110) 46 pesos y 7 reales.

2.º Si quisiera averiguar cuanto costaban 3 quintales, 2 arrobas y 7 libras de azucar, costando el

quintal 7 doblones, 3 pesos y 8 reales, reduciré el multiplicando y multiplicador á la menor de sus especies, y se me convertirán en 473 reales y 357 libras; multiplicaré estos dos números entre sí, y el producto 168861 le dividiré por 100, lo que (183) me dará 1688,61 reales, que reducidos á doblones (110) hacen 28 doblones, 0 pesos y 8,61 rs. que vienen á ser 8 rs. y 21 mrs.

3.° Si quiero multiplicar 8 varas y 2 pies, por 5 varas y 1 pie, reduciré el multiplicando y multiplicador á la menor de sus especies, y tendré que multiplicar entre sí los números 26 pies y 16, lo que da el producto 416; ahora tendría que dividir por 3 este producto segun la tercera regla; pero como luego tengo que volver á dividir por 3 para que salgan reducidas á la especie superior que se daba en el multiplicando, le dividiré desde luego por el producto de 3 por 3, que es 9, y sacaré $46\frac{2}{9}$ varas; pero estas varas no son de la misma especie que las del multiplicando y multiplícador, sinó que son varas *cuadradas*. Estos casos en que el multiplicando y multiplicador son de una misma especie no ocurren comunmente sinó en la medida de las tierras ó de las superficies.

192 *P.* Cómo se dividen los números denominados?

*R.* Practicando estas tres reglas: 1.ª *se reduce el divisor á la menor de sus especies*; 2.ª *se hace la division empezando por las unidades de especie superior del dividendo, y si de esta division queda alguna resta, se reduce á las unidades de especie inferior inmediata; y se añaden las unidades de esta especie que hay en el dividendo; se dividen por el divisor, y si queda alguna resta se reduce á las unidades de especie inferior inmediata; y así se continúa hasta que no haya unidades de inferior especie;* 3.ª *despues se multiplica todo este cociente por el número que espresa las veces que la unidad de especie inferior del di-*

*visor está contenida en la mayor, teniendo cuidado de empezar esta multiplcacion por las unidades de especie inferior, para que si de esto resultan unidades de especie superior se saquen, para añadirlas al producto que resulte de la columna inmediata.*

Ejemplo 1.º Sé (191) que 5 varas y 2 pies han costado 46 pesos y 7 reales: si quiero averiguar á cómo ha costado la vara, dividiré los 46 pesos y 7 reales por 5 varas y 2 pies. Aquí se conoce el dividendo en que es el de la misma especie que lo que se busca. Practico la primera regla, y se me convierte el divisor en 17 pies; ahora empiezo á dividir, y lo ejecuto como aquí se ve:

| 46 pesos 7 reales | 17 |
| --- | --- |
| 12 | 2 ps. 11 rs. |
| 15 | 3 |
| 60 | 33 |
| 12 | 8 ps. 3 rs. |
| 180 | |
| 7 | |
| 18,7 | |
| 017 | |
| 00 | |

Empiezo por los pesos, y digo 46 entre 17 les toca á 2, que son pesos, y me quedan de resta 12 pesos, que, para reducirlos á reales, los multiplicaré por 15, y al producto 180 le añadiré los 7 reales que hay en el dividendo; veo que el 17 cabe en 187 *once* veces, y no deja ninguna resta. Ahora multiplico el cociente 2 pesos y 11 reales por 3, que es el que espresa las veces que la unidad de especie inferior del divisor está contenida en la mayor, y saco el producto 8 pesos y 3 reales, que es en efecto el valor (191) de la vara.

Ejemplo 2.° Sé (191 ej. 2.°) que 3 quintales, 2 arrobas y 7 libras de azucar han costado 28 doblones o pesos y 8,61 reales; si quiero averiguar á como ha costado el quintal, reduciré 1.° el divisor 3 quintales, 2 arrobas y 7 libras á libras, y se me convierte en 357 libras; empiezo la division como aquí se vé:

| | |
|---|---|
| 28 dobs. o ps. 8,61 rs. | 357 |
| 4 | o dobs. o ps. 4,73 rs |
| 112 | 100 |
| o | 473 |
| 112 | |
| 15 | |
| 560 | |
| 112 | |
| 1680 | |
| 8,61 | |
| 1688,61 | |
| 02606 | |
| 01071 | |
| 0000 | |

Y advierto que en el cociente no sale ningun doblon; reduzco los doblones á pesos; veo que tampoco sale en el cociente ningun peso: lo reduzco á reales, añado los 8,61 que habia en el dividendo, y saco por cociente 4,73 reduciendo á decimales la resta 260,61 que habia quedado del cociente entero 4; este cociente 4,73 le debo multiplicar por 100, porque el quintal contiene 100 veces á la unidad de especie inferior del divisor, que es la libra, y saco 473 reales, que reducidos á doblones componen 7 doblones, 3 pesos y 8 reales, que era el valor del quintal de azucar.

193 *P.* De qué otro modo se puede presentar todo número denominado?

*R.* Como número misto: para lo cual *se reducen todas las unidades de especie inferior á la primera, á la inferior de todas, y este es el numerador del quebrado que debe acompañar á las unidades de especie superior; despues se le pone por denominador el número que espresa las veces que la unidad de especie inferior está contenida en la mayor.* V. gr. para poner como número misto el número 7 doblones, 3 pesos y 8 reales, reduciré los pesos y los reales á reales, y tendré 53 reales, que será el numerador del quebrado que debe acompañar á 7 doblones; despues veo que el real cabe 60 veces en el doblon; y tendré que 7 doblones, 3 pesos y 8 reales es lo mismo que $7\frac{53}{60}$ doblones. Tambien podré reducir el quebrado $\frac{53}{60}$ á decimales, y sacaré que 7 doblones, 3 pesos y 8 rs. ó $7\frac{53}{60}$ doblones, ó 7,8833333 &c. doblones todo es una misma cosa.

194 *P.* Las operaciones hechas con quebrados, números denominados y decimales ¿cómo se prueban?

*R.* *Del mismo modo que las de los números enteros*; la de restar, sumando el sustraendo con la resta, y la de dividir multiplicando el divisor por el cociente; las otras dos casi nunca se prueban, y así es escusado el decir cómo se hace.

## CAPITULO XI.

### *De la regla de tres.*

195 *P.* Qué es regla de tres?

*R.* *La que enseña á determinar los efectos por*

*medio de las causas, ó las causas (*) por medio de los efectos, cuando se conoce el enlace ó dependencia que tienen entre si.*

196 *P.* De cuántos modos puede ser la regla de tres?

*R.* De dos: *simple y compuesta*; la simple es *aquella en que para determinar el efecto ó la causa que se busca, solo se necesita atender ó una circunstancia;* y compuesta es *aquella en que se neeesita atender á dos ó mas circunstancias.*

197. *P.* En qué se divide la regla de tres simple?

*R.* *En directa é inversa; directa es aquella en que se trata de averiguar el efecto que produce una causa, ó la causa de que proviene un efecto cuando se conoce el efecto producido por una causa de la misma especie*; y la inversa es *aquella en que se trata de averiguar la causa que, junta con otra dada, ha de producir el mismo efecto que han producido ya otras dos causas de la misma especie.*

198 *P* Me podréis esplicar esto con mayor claridad?

*R.* Sí señor, por medio de ejemplos: 1.° *Sé que 15 pares de mulas han conducido de la era en un dia 60 cahices de trigo; si quiero averiguar cuantos cahices podrán traer 45 pares de mulas, en el mismo tiempo*, esto es, *en un dia*, tengo aquí una regla de tres, que es simple, porque el número de cahices que busco solo depende de una circunstancia, á saber, del número de pares de mulas que los han de traer; ademas es directa, porque trato de averiguar los cahices, que son el efecto, que han de producir

---

(*) *Cuando se ve que una cosa es capaz de producir otra, á la que produce se le llama* causa *, y a la producida* efecto. *Por ejemplo: desde que vemos que la cera se derrite constantemente por la aplicacion de cierto grado de calor, damos al calor el nombre de* causa, *y al derretirse la cera el nombre de* efecto; *cuando un labrador siembra trigo y coge, el trigo que siembra es la causa que produce el trigo que coge, que es el efecto.*

los 45 pares de mulas que son la causa, por medio del conocimiento que tengo del que han producido en las mismas circunstancias 15 pares de mulas. Tambien sería simple y directa la regla de tres, si viniese propuesta en estos términos. *Sé que 15 pares de mulas han traido de la era en un dia* 60 *cahices de trigo; para traer en el mismo tiempo* 180 *cahices ¿cuántos pares de mulas se necesitarán?* Porque aquí se trata de averiguar la causa, esto es, los pares de mulas que se necesitan para traer los 180 cahices, que son el efecto, por medio del efecto conocido, 60 cahices, que han producido los 15 pares de mulas.

2.º *Sé que* 15 *pares de mulas han trasportado de la era en* 5 *dias* 60 *cahices de trigo; si quiero averiguar cuantos pares de mulas se necesitan para trasportar los mismos* 60 *cahices en* 10 *dias*; esta regla de tres será inversa, porque aqui tengo un mismo efecto, que es 60 cahices, para cuya produccion han concurrido dos causas, los 15 pares de mulas y los 6 dias que han trabajado, y ahora trato de determinar una de las causas, á saber, el número de pares de mulas, que junta con la otra, es decir, con los 10 dias en que han de trabajar, ha de producir el mismo efecto de traer los 60 cahices de la era.

3.º *Sé que* 15 *pares de mulas han trasportado de la era en* 5 *dias* 60 *cahices de trigo; si quiero averiguar los cahices que trasportarán* 45 *pares de mulas en* 12 *dias*; esta regla de tres será compuesta, porque el número de cahices que busco depende de dos circunstancias, á saber: de los 45 pares de mulas que se han de emplear, y de los 12 dias que han de estar trabajando.

199 *P*, En una regla de tres simple ¿cuántos números entran?

*R. Tres: dos del supuesto, es decir, la causa y el efecto que se han de dar conocidos, y el otro número de la pregunta*: como este ha de ser de la misma



especie que uno de los del supuesto, á los dos números que son de una misma especie, se les da el nombre de *principales*; el otro y el que se busca se llaman *relativos*; pero como de los relativos solo se conoce uno, se llaman *número principal y su relativo*, por escelencia á los dos del supuesto, siendo el principal aquel que es de la misma especie que el de la pregunta. V. gr. Cuando quiero averiguar los cahices que trasportarán 45 pares de mulas, en el supuesto de que 15 hayan trasportado 60 cahices, los dos números principales son los 15 pares de mulas, y los 45; los relativos, 60 cahices, y los cahices que busco; y los que se llaman por escelencia número principal y su relativo, los 15 pares de mulas y los 60 cahices, siendo el principal los 15 pares de mulas, que es el de la misma especie que el de la pregunta.

200 *P.* Cómo se resuelve una regla de tres directa?

*R.* *Se multiplica el número relativo del supuesto por el principal de la pregunta, y esto se parte por el principal del supuesto.* Y así, para encontrar los cahices de trigo que trasportarán los 45 pares de mulas, en el supuesto de que 15 hayan traido 60; multiplicaré los 60 cahices, número relativo del supuesto, por 45 que es el principal de la pregunta, y el producto 2700 le dividiré por 15, número principal de la pregunta; y en el cociente 180 tengo los cahices que trasportarán los 45 pares de mulas.

201 *P.* Se sirven los Aritméticos de algun medio para escribir la regla de tres?

*R.* Si Señor: *en la directa se pone el número principal del supuesto, en seguida dos puntos en esta forma (:); despues de estos dos puntos, cualquiera de los otros dos números, que es mejor sea el principal de la pregunta; luego cuatro puntos en esta forma (::); despues el otro número; luego otros dos puntos; se multiplican los dos números últimos, se parte el producto por el primero, y el cociente se pone des-*

*pues de los dos últimos puntos.* Asi, la cuestion anterior se escribe:
15 ps. de ms. : 45 ps. de ms. :: 60 cahs. : 180 cahs.
ó de este modo,
15 prs. de ms. : 60 cahs. :: 45 prs. de ms. : 180 cahs.

202 *P.* Cómo se lee una regla de tres cuando está escrita?

*R.* Donde hay dos puntos se lee *es á*, y donde hay cuatro *como*. La primera de las anteriores se lee, 15 *pares de mulas es á* 45 *pares de mulas, como* 60 *cahices de trigo es á* 180 *cahices;* que cuando no se sabe todavía lo que ha de resultar se lee, *como* 60 *cahices* es á *lo que salga.*

203 *P.* Me podréis resolver otros ejemplos de regla de tres simple directa?

*R.* Sí señor: 1.º *Un labrador ha comprado* 276 *reses vacunas en* 97538 *reales; ¿cuántas podrá comprar con* 390152 *reales?* Como aquí el número principal del supuesto es 97538 reales, escribiré la cuestion de este modo:
97538 rs. : 390152 rs. :: 276 reses vacs. : 1104 id. y sacaré que puede comprar 1104 reses vacunas con dichos 390152 reales.

2.º *Un mercader ha comprado* 52 *piezas de paño con* 7000 *reales, ¿cuántas podrá comprar con* 5257 *reales?* ejecutando la operacion como he dicho, sacaré que puede comprar $39\frac{364}{7000}$ piezas ó simplificando $39\frac{91}{1750}$ piezas.

3.º *Un labrador sembró* 972 *fanegas de trigo, y cogió* 17523; *si hubiera sembrado* 2916 *en la misma forma y con las mismas circunstancias ¿cuántas hubiera cogido?* Aquí los tres números son de una misma especie; mas no por eso se deja de conocer los que son los principales, porque son los que espresan el trigo que se sembró, por ser la causa que produce el trigo cogido, que es el efecto; y como el principal del supuesto es 972 fanegas de trigo, ejecutaré la regla de tres como aquí se presenta:

972 fs. de trigo : 2916 id. :: 17523 id. : 52569 id.

4.° *Sé que* 1728 *varas de Aragon equivalen á* 1597 *españolas*; si quiero averiguar *las varas españolas que componen* 5000 *aragonesas*, ejecutaré la operacion como aquí se ve:

1728 vs. de Arn. : 1597 esps. :: 5000 Arn.: 4620,949 es.

204 *P.* Cómo se resuelve una regla de tres inversa?

*R* *Se multiplican los dos números del supuesto, y el producto se parte por el número de la pregunta.* V. g. *si quiero averiguar los pares de mulas que se necesitan para trasportar en* 10 *dias el mismo trigo* (por ej. 60 cahices) *que han trasportado* 15 pares de *mulas en* 6 *dias*; multiplicaré los dos números del supuesto 15 y 6, y el producto 90 le dividiré por 10, número de la pregunta, y sacaré que solo se necesitarán 9 pares de mulas.

205 *P.* Cómo se escribe una regla de tres inversa?

*R.* *Se pone primero el número de la pregunta y á continuacion dos puntos; despues uno cualquiera de los del supuesto, que convendrá sea el principal; luego cuatro puntos; despues el otro número del supuesto; y luego otros dos puntos; se multiplican los dos números últimos, esto es, el segundo por el tercero, y el producto se parte por el primero, colocando el cociente despues de los dos últimos puntos.* Así el ejemplo anterior lo escribiré:

10 dias : 6 dias :: 15 prs. de muls. : 9 prs. de muls.

206 *P.* Me podréis proponer algunos ejemplos de regla de tres inversa?

*R.* Sí señor: 1.° *sé que* 597 *mugeres han hilado en* 16 *días* 368 *arrobas de lino; para hilar el mismo lino en* 4 *dias ¿cuántas mugeres se necesitarán?* Ejecutando la operacion como aquí se ve:

4 dias : 16 dias :: 597 mugeres : 2388 mugeres, hallo que se necesitan 2388 mugeres.

2.° *Un labrador ha sembrado en* 5 *dias* 257 *fanegas de trigo con* 127 *yuntas; quiere sembrar otras*

*tantas fanegas en 3 dias, y desea saber las yuntas que necesita.* Para esto, ejecutará la operacion como aquí se ve:

3 dias : 5 dias :: 127 yuntas : 211 $\frac{2}{3}$ yuntas.

y hallará que necesita 211 yuntas y los $\frac{2}{3}$ del trabajo de otra.

3.º *En una embarcacion hay víveres para 3 meses; á causa de una borrasca se ha alejado del puerto á donde se dirigia; y han de durar los víveres 5 meses; ¿qué racion se ha de dar á cada uno de los que van embarcados?* Aquí el efecto, que se ha de producir, es la manutencion de todos los que van embarcados; y lo que se sabe es que con los víveres que hay se puede lograr esta manutencion durante 3 meses, dando á cada uno su racion regular, que se podrá llamar 1; ahora se quiere que esta manutencion se logre en 5 meses, y lo que se trata de averiguar es la otra causa, de que ha de provenir dicha manutencion, á saber, la racion que se ha de dar á cada persona; y como aquí el número principal de la pregunta es 5 meses, ejecutaré la operacion como aquí se ve:

5 meses : 3 meses :: 1 racion : $\frac{3}{5}$ de racion.

Y hallo que á cada uno de los que van embarcados se les ha de dar $\frac{3}{5}$ partes de la racion que se le daba; es decir, si le daban 5 onzas de arroz, ahora se le deberán dar 3; si se le daban 5 galletas, ahora se le deberán dar solo 3; y así de las demas cosas, como agua, vino &c.

4.º *En una plaza sitiada hay víveres solo para 15 dias; el Gobernador ha recibido una orden de su Soberano en que le dice que no se entregue, porque á los 20 dias le enviará socorro;* en este caso debe el Gobernador disminuir la racion de cada soldado; y ejecutando la operacion como en el ejemplo anterior,

se hallará que á cada soldado le deba dar $\frac{3}{4}$ partes de la racion que ántes.

5.° *La guarnicion de una plaza es de 6000 hombres; el Gobernador sospecha que la van á sitiar los enemigos, y no tiene víveres para mantener á dicha guarnicion sinó 2 meses y medio; y como debe prevenirse para 3 meses lo ménos, y no tiene de donde, el recurso que debe tomar es echar soldados de la plaza, porque si les disminuye la racion no estarian bastante robustos para resistir las fatigas de un sitio;* y así, para averiguar el número de soldados que deben quedar de guarnicion, ejecutará la operacion como aquí se ve:

3 meses : $2\frac{1}{2}$ meses :: 6000 soldados : 5000 soldados.

Y hallará que deben quedar solos 5000 soldados de guarnicion; los otros 1000 los enviará á otra plaza en que tengan necesidad de hombres y no de víveres.

207 *P.* Cómo se resuelve una regla de tres compuesta?

*R. Primero se busca lo que se deséa, atendiendo solo á una circunstancia; esto que resulta se considera como el número relativo de otra circunstancia, y se determina el que debe resultar, atendiendo á ella; si hay mas circunstancias, lo que resulta se considera como número relativo de otra, y así se procede hasta encontrar el que resulte de atender á todas las circunstancias.*

Ej. 1.° *Si quiero averiguar los cahices de trigo que podrán trasportar 45 pares de mulas en 12 dias, en el supuesto de haber traido 15 pares de mulas en 5 dias 60 cahices;* primero averiguaré los cahices que traerían los 45 pares de mulas en el mismo tiempo, esto es, en 5 dias, lo que ejecutaré como aquí se ve;

15 prs. de ms. : 45 prs. de ms. :: 60 cahs. : 180 cahs.

Y encuentro que traerán 180 cahíces; ahora diré: *en 5 dias traen 45 pares de mulas 180 cahices: en 12*

*dias ¿cuántos traerán?* Ejecutaré la operacion como aquí se ve:

5 dias : 12 dias :: 180 cahices : 432 cahices.

Y saco que traerán 432 cahices.

Tambien hubiera podido encontrar este resultado de una vez, *multiplicando el número de pares de mulas por su correspondiente de dias*; porque 15 pares de mulas en 5 dias es lo mismo que 75 pares en un dia, y 45 pares en 12 dias es lo mismo que 540 pares en un dia; y así, la cuestion estaría reducida á encontrar el número de cahices que traerán 540 pares de mulas, en el supuesto de que 75 hayan traido 60; y así se resolverá la cuestion como aquí se ve:

75 ps. de ms. : 540 ps. de ms. :: 60 cahs. : 432 cahs.

Y se halla el mismo resultado.

*Ej.* 2.° *Sé que* 8 *hombres en* 10 *dias, trabajando en cada dia* 6 *horas, han segado* 500 *fanegas de trigo;* 4 *hombres en* 12 *dias trabajando* 9 *horas al dia ¿cuántas fanegas segarán?* Aquí tendré que hacer las tres reglas de tres simples siguientes:

8 hombres : 4 hombres :: 500 fanegas : 250 fanegas.

10 dias : 12 dias :: 250 fanegas : 300 fanegas.

6 horas : 9 horas :: 300 fanegas : 450 fanegas.

Y saco que segarán 450 fanegas de trigo.

*Ej.* 3.° *Sé que* 720 *hombres en* 5 *dias, trabajando* 6 *horas al dia, han hecho* 600 *varas de obra; para hacer las mismas varas* 360 *hombres, trabajando* 9 *horas al dia ¿cuántos dias necesitarán?*

Ejecutando la operacion como aquí se vé:

360 hombres : 720 hombres :: 5 dias : 10 dias.

9 horas : 6 horas :: 10 dias : 6 $\frac{2}{3}$ dias.

Saco que necesitarán 6 dias y las dos terceras partes del trabajo de otro dia.

# CAPÍTULO XII.

## *De las reglas de compañía, alìgacion é interés.*

208 *P.* Que es *regla de compañía*?

*R. La que enseña á determinar cuanto corresponde de la ganancia ó pérdida á cada uno de muchos compañeros que han puesto su caudal en un fondo para alguna especulacion.*

209 *P.* De cuántas maneras puede ser la regla de compañía?

*R.* De dos; *simple y con tiempo.* Se dice que es simple *cuando el caudal de todos los compañeros permanece un mismo tiempo en el fondo;* y se dice que es con tiempo *cuando los caudales no permanecen un mismo tiempo en el fondo.*

210 *P.* Cómo se resuelve la regla de compañía simple?

*R. Se suman los números que espresan lo que puso cada compañero*; y para encontrar lo que corresponde á cada uno, se efectuará la regla de tres siguiente: *la suma de lo que pusieron todos, es á toda la ganancia ó pérdida, como lo que puso cada uno de ellos, á lo que le corresponde ganar ó perder*; por ejemplo: *tres hicieron compañía; el* 1.° *puso* 3000 *reales, el* 2.° *puso* 4000, *y el* 3.° *puso* 5000 *reales y ganaron* 7200 *reales; se trata de averiguar cuanta ganancia corresponde á cada uno.* Para conseguirlo, sumaré los números 3000, 4000 y 5000, y hallaré que la suma es 12000. Ahora, en virtud de lo espuesto (201) diré: 12000 : 7200 :: 3000 : *á lo que corresponde* al 1.°; que hallo ser 1800 reales.

Para encontrar lo que corresponde al 2.° diré: 12000 : 7200 :: 4000 : á lo que le corresponde; que hallo (201) ser 2400.

Para encontrar lo que corresponde al 3.° no necesito en realidad formar regla de tres; pues sumando las ganancias de los dos primeros, y res-

tando esta ganancia de la total, resultará lo que corresponde al 3.º y en efecto, sumando el 1800 con 2400, hallo 4200, que restado de 7200, resulta 3000, que es la ganancia del 3.º; pero si se quiere hallar por la regla de tres, como los otros, diré: 12000 : 7200 :: 5000 : á lo que corresponde al 3.º, que es (201) 3000. Y si quiero comprobar si me he equivocado, sumaré las ganancias de los tres para ver si componen la ganancia total; y como sumando el 1800, con 2400, y con 3000, resulta 7200, que es en efecto la ganancia total, quedo convencido de que no me he equivocado.

211 *P.* Cómo se resuelve una regla de compañía con tiempo?

*R. Se multiplica lo que puso cada compañero por el tiempo que tuvo su caudal en el fondo; y despues se consideran estos productos como si fuesen caudal puesto en el fondo á un mismo tiempo, y se resuelven como la anterior.* Por ejemplo: *si supiese que tres habian formado una compañía, en que el* 1.º *habia puesto* 4000 *pesos, que los tuvo en el fondo* 3 *años; que el* 2.º *puso* 7000, *y los tuvo* 2 *años; que el* 3.º *puso* 8000, *teniéndolos solo medio año; que en este tiempo ganaron* 21000 *pesos, y quisiese averiguar lo que corresponderia á cada uno*: multiplicaría los 4000 pesos del 1.º por los tres años que los tuvo en el fondo, y hallo que equivalen á haber puesto 12000 pesos por un año; multiplico igualmente los 7000 que puso el 2.º por los 2 años que los tuvo en el fondo, y hallo que equivalen á 14000 pesos puestos por un año: y por último, multiplico 8000 pesos que puso el 3.º por $\frac{1}{2}$, por ser medio año el tiempo que los tuvo en el fondo; y hallo que equivalen á 4000 pesos puestos por un año. Ahora está ya reducida la cuestion á una regla de compañía simple, en que el 1.º ha puesto 12000 pesos; el 2.º ha puesto 14000, y el 3.º ha puesto 4000: y que han ganado 21000 pesos, y resolviéndola como he dicho (210),

hallaré que al 1.° le corresponden 8400 pesos; 9800 al 2.°, y 2800 al 3.°; y en efecto, sumando estas tres ganancias, resulta la ganancia total 21000 pesos.

212 *P.* Qué es *regla de aligacion?*

*R. La que enseña á determinar el precio á que se ha de vender la mezcla de dos géneros, cuando se dan conocidas las cantidades que entran en ella y sus valores. O la que enseña á determinar cuanta porcion se ha de tomar de cada género, dado que sea el precio medio y los precios de los géneros que se han de mezclar.*

213 *P.* Cuántos casos ocurren en la regla de aligacion?,

*R. Dos: 1° cuando se mezclan varias cosas de diferentes precios, y se pregunta á como se ha de vender la mezcla; y 2.° cuando se pide la porcion que de cada uno se ha de mezclar para venderlos á un precio dado.*

214 *P.* Qué hay que hacer en el primer caso?

*R. Se multiplica cada número de los que espresan las cosas que se han mezclado, por el que espresa su valor; se suman estos productos y la suma se divide por la suma de los números de cosas que se mezclaron.* Por ejemplo: se han mezclado 5 fanegas de trigo de á 60 reales, con 8 de á 50 reales, y con 3 de á 40, y se pretende saber á cómo se ha de vender la fanega del trigo que resulta de esta mezcla. Para esto multiplicaré el 5 por 60, y hallo 300, el 8 por 50, y hallo 400, y el 3 por 40, y hallo 120; sumo estos 3 productos, y hallo 820; cuya suma la divido por la suma de las fanegas que se mezclaron de todas clases, que son 5 de la 1.ª, 8 de la 2.ª y 3 de la 3.ª, que componen 16 fanegas: y resulta que se ha de vender la fanega, para no perder ni ganar, á 51 reales y $\frac{4}{16}$ de real, ó (131) á 51 $\frac{1}{4}$, esto es, á cincuenta y un reales y cuartillo.

215 *P.* Qué hay que hacer para determinar la porcion que se ha de mezclar de cada cosa, cuan-



do se da conocido el precio á que se ha de vender la mezcla, que se llama *precio medio*?

*R.* En este caso, *de la de mayor valor se han de tomar tantas unidades como esprese la diferencia entre el precio menor y el medio: y de la de menor precio tantas unidades como esprese la diferencia entre el precio medio y el mayor.* Por ejemplo: supongamos que se tenga plata de á 19 reales la onza, y plata de á 14; y que se desée saber cuanta se ha de mezclar de cada una para formar plata que se pueda vender á 16 reales. Para esto, restaré del precio medio 16, el precio menor 14, y hallo 2, que espresará la porcion que debo tomar de la de mayor valor; restaré el precio medio 16 del 19, y la diferencia 3 me espresará la porcion que debo tomar de la de inferior precio. De manera, que con 2 onzas de plata de á 19 reales debo mezclar 3 de á 14, para que resulte plata de á 16 reales la onza.

216 *P.* No se valen los Ariméticos de algun medio para que se presente á los ojos el modo de ejecutar esta operacion?

*R.* Sí señor: el precio medio se pone fuera de una llave, y dentro de ella los precios de las cosas, estando colocados todos los precios, mayores que el medio, mas arriba del medio; y los menores, mas abajo, como aquí se presenta:

$$16\left\{\begin{array}{l}19\dots\dots 2.\\14\dots\dots 3.\end{array}\right.$$

En esta disposicion se resta el 14 del 16, y la resta 2 se pone enfrente del precio mayor 19; se resta el 16 del 19, y la resta 3 se pone enfrente del 14, y se presenta á los ojos, que de la plata de á 19 se han de tomar 2 onzas, y de la de á 14 se han de tomar 3.

217 *P.* Con qué circunstancias se pueden determinar estas cuestiones?

*R.* Con dos: *ó fijando la porcion de mezcla ó aligacion que se ha de formar, ó fijando la porcion que se quiere mezclar de una de ellas.* Por ejemplo; si se nos dijese que en el caso anterior habiamos de formar 30 onzas de plata de á 16 reales, entónces sumaríamos los números 2 y 3 que espresan las porciones que se deben mezclar, tendríamos la suma 5, y formaríamos esta regla de tres: *si para formar* 5 *onzas de mezcla, se necesitan* 2 *onzas de á* 19 *reales, para formar* 30 *onzas ¿cuántas se necesitarán?* y hallaré (201) que son 12, y para determinar las onzas que deberé mezclar de la otra, diré: *si para formar* 5 *onzas de á* 16, *necesito* 3 *de á* 14, *para formar* 30 *de á* 16 *¿cuántas de á* 14 *necesitaré?* y hallo (201) que son 18. Si en vez de determinar la porcion de plata de á 16 reales que se había de formar; se fijase que solo había 6 onzas de á 19 reales, y se preguntase con cuantas de á 14 se habian de mezclar para formar plata de á 16 reales, diría: *si con* 2 *onzas de á* 19 *reales se han de mezclar* 3 *de á* 14, *con* 6 *de á* 19 *¿cuántas deberé mezclar? y hallaré* (201) *que son* 9.

218 *P.* Qué se haría si fuesen mas de 2 las cantidades?

*R.* Si fuesen tres, habría por precision dos que fuesen menores, ó mayores que el precio medio; entónces *el número que representaria la porcion que se habia de tomar de la otra, estaria espresado por la suma de las diferencias de los precios de las otras dos al precio medio.* Por ejemplo: si tuviese vino de á 24 reales, vino de á 17 y vino de á 12 reales la arroba; y quisiese saber cuanto habia de mezclar de cada clase para poder vender la mezcla á 20 reales, colocaría los números como he dicho, y aquí se presenta:

$$20\left\{\begin{array}{l}24 \ldots\ldots 3 \text{ y } 8 \text{ son } 11.\\ 17 \ldots\ldots 4.\\ 12 \ldots\ldots 4.\end{array}\right.$$

y diria de 17 á 20 van 3, que pondría enfrente del 24: de 12 á 20 van 8, que pondré tambien enfrente del 24, y sumando estos dos números, tendré 11 que espresa la porcion que he de tomar del de á 24; veré ahora la diferencia que hay entre el 20 y el 24, y pondré la diferencia 4 enfrente del 17 y del 12: y quiere decir, que con 11 arrobas de vino de á 24 reales se han de mezclar 4 del de á 17, y otras 4 del de á 12 para que la mezcla se pueda vender á 20 reales.

Si hubiese géneros de cuatro clases, si tres de ellas fuesen superiores ó inferiores al precio medio, *se tomaria del otro tanta porcion como espresase la suma de las diferencias de los precios de los otros al precio medio, y de cada uno de estos tres, tanta porcion como espresase la diferencia entre el precio medio y el otro*. Si dos fuesen superiores al precio medio, y dos inferiores, se podría determinar formando mezclas separadas con uno superior y otro inferior, y luego mezclando *estas mezclas*.

219 *P.* Que es regla de *interés*?

*R.* La que determina lo que se debe pagar por alguna porcion de dinero prestado con ciertas condiciones.

220 *P.* De cuántas maneras puede ser el interés del dinero?

*R.* De dos; á saber, *simple y compuesto*. El interés simple es *aquel en que se paga por solo el capital ó principal*; y el compuesto es *el que se paga por el principal y los intereses que dejan de pagarse*.

221 *P.* De qué clase de interés se hace mas uso?

R. Del simple; que será del que nos ocupemos aqui.

222 *P.* Cómo se resuelve una regla de interés simple?

*R.* Por una regla de tres simple directa. Por ejemplo, si se tratase de averiguar lo que se debia pagar al año por 47528 reales prestados al 7 por 100, diria, *si cada* 100 *reales de capital me han de dar* 7

*reales de interés, el capital* 4758 *¿cuánto me dará?* y hallo (201 y 187) que debe ser 3326,96 reales, ó tomando una unidad por las noventa y seis centesimas, que casi equivalen á ella, se dirá que redituará dicho capital 3327 reales al año; y si ahora se quisiese averiguar cuanto importaban estos intereses en un cierto número de años, multiplicaria este valor por el número de años.

Si al contrario, dados los intereses, quisiésemos averiguar el capital que los produce, *principiariamos la regla de tres por los réditos que daban* 100 *reales*. Por ejemplo: si quisieramos averiguar el capital que produce al año 42321 reales, sabiendo que es *al* 3 *por* 100, la regla de tres la escribiríamos asi:

3 : 100 :: 42321 : *al capital que busco*:

y hallo (201) ser 1410700 reales.

## CAPITULO XIII.

*Nociones generales acerca de la elevacion á potencias y extraccion de raices, contrayéndose mas particularmente á elevar los números al cuadrado y cubo, y á estraer la raiz cuadrada.*

223 *P*. Qué es lo que, en general, se llama potencia de un número?

*R*. El producto que resulta de multiplicarle por sí mismo cierto número de veces. Si se multiplica una vez, resulta la *segunda potencia*, que se llama *cuadrado* del número; si se multiplica dos veces, resulta la *tercera potencia*, que se llama *cubo*; si tres veces, la *cuarta potencia*, y asi sucesivamente. El número que se multiplica varias veces, se llama raiz de la potencia; y para indicar que un número se ha de elevar á una potencia, se pone á su derecha, y un poco mas alto, el número que esprese el grado de la potencia; y este número se llama el *esponente* de la potencia.

Cuando el número, que se ha de elevar á potencias,

es complicado, se suele encerrar dentro de un paréntesis.

Contrayéndonos ahora á la segunda potencia, resulta que el cuadrado de 1 es 1; porque $1\times1=1$. El cuadrado de 2 es 4; porque $2\times2=4$. El de 3 es 9, porque $3\times3=9$. Por la misma razon el de 4 es 16; el de 5 es 25; el de 6 es 36; el de 7 es 49; el de 8 es 64, el de 9 es 81; el de 10 es 100 &c.

224 *P.* Y qué entendéis por raiz cuadrada de un número?

*R.* La *raiz cuadrada* de un número es aquel otro número, que multiplicado por sí mismo da un producto igual al número propuesto; así es, que la raiz cuadrada de 1 es 1; porque 1 multiplicado por 1 es 1; la raiz cuadrada de 4 es 2, porque 2 multiplicado por 2 da 4; la de 9 es 3; la de 16 es 4; la de 25 es 5; la de 36 es 6; la de 49 es 7; la de 64 es 8; la de 81 es 9, &c.

225 *P.* Cómo se indica que un número se ha de elevar al cuadrado?

*R.* Poniendo un 2 á su derecha un poco mas alto: así $3^2$ espresa el cuadrado de 3; de manera, que se tiene $3^2=3\times3=9$. Algunas veces se encierra dentro de un paréntesis la espresion que se quiere elevar al cuadrado en esta forma $(3)^2=9$; y tanto la espresion $3^2$ como la $(3)^2$ se lee *tres elevado á dos, ó tres elevado al cuadrado.*

226 *P.* Cómo se indica que se quiere estraer la raiz cuadrada de un número?

*R.* Poniendo dicho número debajo de este signo $\sqrt{\ }$ que se llama *signo radical*; de manera que $\sqrt{9}$, quiere decir que se ha de estraer la raiz cuadrada de 9; y como la raiz cuadrada de 9 es 3, se tiene $\sqrt{9}=3$; que se lee *raiz cuadrada de nueve igual á tres.*

227 *P.* Cómo se forma el cuadrado de un número?

*R.* Multiplicándole por sí mismo; así es, que si quiero formar el cuadrado de 257, no tengo que hacer otra cosa que multiplicar el 257 por el mismo 257; y el producto que resulta es 66049, como aquí se ve:

```
  257
  257
 ----
 1799
1285
514
 ----
66049
```

Del mismo modo hallaré que el cuadrado de 853 es 727609.

El de 1704 es 2903616.

El de 9783045 es 95707969472025.

228 *P.* Cómo se estrae la raiz cuadrada de un número?

*R.* Practicando la regla siguiente: *Divídase el número propuesto en periodos de á dos guarismos, empezando por la derecha, y no le hace que el último periodo contenga solo un guarismo; á su derecha se colocan las rayas de dividir*; *se halla la raiz cuadrada del periodo de la izquierda, y se pone en las rayas*; *esta raiz se cuadra, y el cuadrado se resta de dicho periodo; al lado de la resta se baja el periodo siguiente, y se separa con una coma el guarismo de la derecha*; *lo que queda á la izquierda de la coma, se divide por el duplo de la raiz hallada* (que se coloca debajo de lo separado con la coma); *el cociente que resulta se pone en la raiz á la derecha del guarismo anterior, y tambien al lado del duplo de la raiz que sirvió de divisor; y debajo del que se acaba de poner*; *se multiplica el divisor junto con el cociente, por el mismo cociente, y el producto se resta de lo que tiene encima, esto es, del residuo anterior, junto con el periodo que se le añadió; al lado de la resta que resulte, se baja el periodo siguiente, y se separa el guarismo de la derecha*; *lo que queda á la izquierda se divide por el duplo de toda la raiz hallada*; *y así se continúa hasta que no haya mas periodos que bajar*; *en cuyo caso, si la última resta es cero, el número tiene raiz exacta*; *y si no, es señal*

*de que no la tiene. En este caso, para aproximarla por decimales, se añadirán á la resta dos ceros, los que se considerarán como si fuese un periodo; esto es, se separará uno, se dividirá lo que queda á la izquierda por el duplo de toda la raiz hallada, el cociente se pondrá en la raiz despues de la coma; y luego se continuará todo lo que se quiera, añadiendo dos ceros por cada guarismo que se intente sacar.*

229 *P.* Se debe tener presente alguna cosa para ejecutar con facilidad esta operacion?

*R.* Sí señor: ante todas cosas se debe observar, que al dividir lo separado á la izquierda de la coma por el duplo de la raiz hallada, jamás se puede poner mas de á 9 en la raiz; y si lo que está á la izquierda es menor que el duplo de la raiz, se pondrá o en ella; y se baja el periodo siguiente. Tambien suele ocurrir el que se ponga en la raiz mas de lo que corresponde: lo que se conoce si al ejecutar la multiplicacion y resta no se puede hacer esta última.

230 *P.* Me podréis hacer esto bien sensible?

*R.* Sí señor: resolviendo el ejemplo siguiente:

Supongamos que se quiera estraer la raiz cuadrada del número 66049; lo primero que haré será dividirle en periodos de á dos guarismos cada uno, y veo que el último periodo solo consta de un guarismo; lo que ya se ha dicho que no importa: despues tiraré las rayas divisorias como á la vuelta se presenta:

Luego veré cual es el mayor cuadrado contenido en 6 que es el primer periodo de la izquierda; y repasando los cuadrados de los números dígitos, veo que 6 está entre 4, cuadrado de 2, y 9 cuadrado de 3; de donde infiero que el mayor cuadrado contenido en 6 es 4, cuya raiz es 2, que pongo en la raiz, y su cuadrado 4 debajo del 6; tiro por la parte inferior una raya, ejecuto la resta y hallo que es 2; al lado de esta resta, bajo el siguiente periodo 60; separo el último guarismo con una coma, y divido lo que queda á la izquierda de esta, que es 26, por 4 duplo de la raiz hallada, que he puesto debajo de lo separado con la coma; el cociente 6 que resulta de dividir 26 por 4 le pongo en la raiz á la derecha del 2;

6,60,49 | 5 / 2~~6~~7
4
———
26,0
4~~6~~
~~6~~
———
~~276~~
45
5
———
225
———
354,9
50 7
7
———
354 9
———
000 0

tambien le pongo al lado del 4 y tambien debajo; multiplico el 46 por el cociente 6 que hay debajo; y como el producto 276 es mayor que el 260 que tengo arriba, es señal de que he puesto en la raiz mas de lo que corresponde; por lo que tacho el 6 de la raiz y los demas números 46, 6 y 276; pongo 5 en la raiz y tambien al lado del 4, que vuelvo á poner debajo del 276 tachado, y tambien debajo del mismo 5; hago la multiplicacion del 45 por el 5, y el producto 225 le resto del 260. Al lado de la resta 35 bajo el periodo siguiente 49, separo el último guarismo 9 y divido lo que queda á la izquierda por 50 duplo de 25, que es toda la raiz hallada; el cociente de dividir 354 por 50 (que se encuentra dividiendo el 35 por el 5) es 7, que puesto en los tres parages y he-

9

cha la multiplicacion de 507 por 7, resulta 3549, que restado de 3549 que había arriba, sale 0; y por consiguiente está ejecutada la operacion, la cual da un resultado exacto.

Si al poner el 5 por segundo guarismo de la raiz, hubiera puesto 4 por distraccion ó por cualquier otro motivo, entónces se hubiera tenido que multiplicar el 44 por 4, lo que hubiera dado por producto 176; que restando este número del 260, que había arriba, hubiera resultado por resta el número 84 que, como es mayor qve 51, duplo de la raiz hallada 25 mas la unidad, es señal de que se ha puesto de ménos en la raiz, y que por lo mismo el segundo guarismo de la raiz debe ser 5, como se ha visto. Sobre cuyo punto, debo añadir que es de la mayor importancia el proceder con cuidado para conocer si se ha puesto de mas ó de ménos; porque en esta operacion ocurren aun mas tantéos que en la division.

231 *P.* Tienen cuadrado exacto todos los números?

*R.* Sí señor: porque todo número se puede multiplicar por sí mismo, y siempre dará un producto exacto.

232 *P.* Y tienen todos los números raiz cuadrada exacta?

*R.* No señor: porque no todos los números resultan de multiplicar á otro número por sí mismo; así es, que los números 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, &c. no tienen raiz cuadrada exacta; y como son muchos mas los números que no tienen raiz cuadrada exacta que los que la tienen, se ha puesto en la regla general dada (228) el modo de aproximarse á la raiz verdadera por medio de las decimales.

233 Me podréis hacer sensible esta operacion?

*R.* Sí señor: por medio del ejemplo que á la vuelta sigue.



Si quiero estraer la raiz cuadrada de 5389 practicaré la operacion por la regla 228, separando los guarismos en periodos de dos en dos; estraeré la raiz del primer periodo 53 que es 7; y restando su cuadrado de 53 quedan 4; á cuyo lado bajo el periodo siguiente; separo el último guarismo, y divido lo que queda á la izquierda por 14, duplo de la raiz hallada; y el cociente 3 le pongo en la raiz al lado del 7; pongo tambien el 3 al lado del 14 duplo de la raiz hallada, y debajo del mismo 3; hago la multiplicacion del 143 por 3, y el producto 429 le resto del 489 y obtengo 60 por resta. Como no hay mas periodos que bajar, es señal de que ya en enteros no hay mas guarismos; y como queda todavía la resta 60, le añado dos ceros, y separo el último con una coma; divido lo que queda á la izquierda de la coma por 146, duplo de la raiz hallada 73, y el cociente 4 que resulta, lo pongo en la raiz al lado de una coma que se pondrá; lo coloco tambien al lado del duplo y debajo del mismo 4; multiplico el 1464 por el 4 que tiene debajo, y el producto 5856 lo resto del 6000 y obtengo la resta 144; á esta le añado otros dos ceros y separo el último; pongo debajo de la parte separada el duplo 1468 de la raiz hallada 734 considerada como núme-

```
53,89    | 73,409
49       |--------
-----    |
48 9
14 3
   3
-----
429
-----
600,0
146 4
    4
-----
5856
-----
 1440,0
 1468
 -------
 144000,0
 14680 9
 ---------
 132128 1
 ---------
 118719
```

:

ro entero, y como el 1468 no cabe ninguna vez en 1440, pongo 0 en la raiz; y añado otros dos ceros al 14400 que, para mayor claridad, lo pongo otra vez debajo de una raya; separo el último con la coma, y divido lo que queda á la izquierda por 14680 duplo de la raiz hallada 7340 considerada como enteros y veo que les toca á 9, que pongo en la raiz, tambien al lado del duplo y debajo; hago la multiplicacion y resto, lo que da 118719 por resta, y si se quisiera una aproximacion mayor, añadiría dos ceros, y continuaría del mismo modo.

234 *P.* Se puede abreviar algo esta operacion?

*R.* Sí señor: en cualquier estado que se halle la operacion, se pueden sacar con toda exactitud otros tantos guarismos, ménos uno como se han sacado ya, del modo siguiente; á la resta que ha quedado se le añadirán tantos ceros como guarismos se quieren sacar ademas, que supongo ser 4, y se divide por el duplo de la raiz hallada; de manera que al 118719 le añado cuatro ceros, y divido 1187190000 por 146818 como aquí se presenta: y el cociente 8086 lo pongo al lado de la raiz hallada ántes: con lo cual tengo que la raiz cuadrada de 5389 es 73,4098086 aproximada hasta diezmillonésimas; es decir, que á este número no le falta para ser igual con la raiz exacta del 5389 ni una diezmillonésima parte de la unidad. Y para convencernos de esto, no hay mas que multiplicar la raiz 73,4098086 por ella misma, y se obtendrá el producto que á la vuelta se ve:

| | |
|---|---|
| 1187190,0,0,0, | 146818 |
| 1174544 | 8086 |
| 1264600 | |
| 1174544 | |
| 900560 | |
| 880908 | |
| 19652 | |

```
          73,4098086
          73,4098086
          ----------
        440 4588516
      5872 784688
    587278 4688
   66068827 74
  293639234 4
 2202294258
5138686602
--------------------
5388,999998688863396
```

que para ser igual con el 5389 le falta ménos de una unidad del 5.º lugar, esto es, le falta ménos de una cienmilésima parte de la unidad.

Del mismo modo hallaríamos que la raiz cuadrada de 11 es 3,3166, y que la del 13 es 3,6055.

235 *P.* Cómo se elevan los quebrados al cuadrado y se estrae de ellos la raiz cuadrada?

*R.* Haciendo con cada uno de sus dos términos la misma operacion.

Así es, que si quiero elevar al cuadrado el $\frac{2}{3}$, elevo ambos términos al cuadrado, y saco $\frac{4}{9}$; y si quisiera estraer la raiz cuadrada del $\frac{25}{36}$ estraería la raiz del numerador 25, y tambien la del denominador 36, y sacaría $\frac{5}{6}$.

Cuando alguno de los dos términos del quebrado, ó ambos, no tengan raiz exacta, el medio mas expedito para obtener desde luego un valor aproximado es reducir el quebrado á decimales y despues estraer la raiz.

236 *P.* Cómo se estrae la raiz cuadrada de las decimales?

*R.* Del modo siguiente: se hace ante todas cosas que el número de guarismos decimales sea par; se ejecuta despues la separacion en periodos de á dos guarismos, y se procede por la regla general (218).

Supongamos que quiero hallar la raiz cuadrada del número 0,009; como veo que tiene tres guarismos decimales, le añadiré un cero para que sean cuatro, lo que no altera el número en virtud de lo espuesto (168); despues lo dividiré en periodos de á dos guarismos; y como no hay enteros, lo primero que hago es poner en la raiz un cero, y despues la coma, luego veo que el primer periodo es 00, cuya raiz es 0; por lo que pongo otro cero despues de la coma. Ahora veo que el periodo que sigue es 90, cuya raiz cuadrada es 9, que pongo en la raiz, y el cuadrado 81 lo resto del periodo 90; á la resta le añado dos ceros, y continuando la operacion, encuentro que la raiz cuadrada de 0,009 es 0,09486; y para comprobarla no hay mas que multiplicar el 0,09486 por sí mismo, y se hallará que le falta para ser exactamente el 0,009 ménos de una unidad en el 5.° lugar, esto es, le falta ménos de una cienmilésima parte de la unidad.

```
0,00,90        | 0,09486
81             |
-------
   90,0
   184
     4
   ----
   736
   ----
   1640,0
   1888
      8
   ------
   1510 4
   ------
   129 60,0
    18 96 6
          6
   ---------
   113 79 6
   --------
    15 80 4
```

```
      0,09486
      0,09486
      -------
        56916
       75888
      37944
     8 5374
  -------------
  0,008 9984196
```

237 *P.* Es lo mismo decir *unidades en cuadro* que *unidades cuadradas*?

*R.* No señor; y sobre este punto se necesita

adquirir idéas exactas; porque hasta las personas de conocimientos suelen confundir una cosa con otra, resultando de esto perjuicios de mucha consideracion.

238 *P.* Me podréis aclarar esto de un modo que se perciba con toda exactitud.

*R.* Sí señor: para lo cual observaré que la palabra *cuadrado* es propia de la Geometría; y se caracteriza con este nombre á una figura de cuatro lados todos iguales, y de cuatro ángulos ó esquinas tambien iguales, tal como representa la figura 2.

En este concepto, cuando se dice *tantas unidades en cuadro*, queremos espresar un cuadrado cuyo lado tenga de longitud las unidades que se espresan; y cuando se dice *tantas unidades cuadradas*; se quiere dar á entender aquel mismo número de cuadrados que cada uno de ellos tiene por lado la unidad.

239 *P.* Cómo haréis esto sensible?

*R.* Del modo siguiente: supongamos que el lado *ab* del cuadrado fig. 2 de la lámina que hay al fin, tenga de largo un pie; en este caso, la figura representa *un pie cuadrado*, que no es otra cosa que un cuadrado cuyo lado tiene de largo un pie, y esto es lo mismo que *un pie en cuadro;* de manera que cuando se habla de sola una unidad, lo mismo es *una unidad en cuadro*, que *una unidad cuadrada*; por lo que *un pie en cuadro* es lo mismo que *un pie cuadrado*; pues ambas frases espresan un cuadrado que tiene por lado un pie: *una vara en cuadro* es lo mismo que *una vara cuadrada*, porque ambas fraces espresan un cuadrado que tiene por lado una vara: *un estadal en cuadro* es lo mismo que *un estadal cuadrado*, porque ambas frases equivalen á un cuadrado que tiene por lado un estadal: *una legua en cuadro* es lo mismo que *una legua cuadrada*, porque ambas frases espresan un cuadrado que tiene por lado una legua.

Para percibir la diferente significacion y valor

de las unidades en cuadro y cuadradas, cuando son dos ó mas, concibamos en la fig. 3 que el lado *cd* tenga dos pies de largo; en este caso representa un cuadrado en que cada uno de los lados tiene dos pies, y por lo mismo esta figura espresa la frase *dos pies en cuadro*; y para ver cuantos *pies cuadrados* tiene, concebirémos que por la mitad de cada lado se tire una línea de puntos á la mitad de su lado opuesto; y se verá palpablemente que esta figura equivale á cuatro como la figura 2; es decir, que la frase *dos pies en cuadro* equivale á *cuatro pies cuadrados*; de manera que *tiene tantas unidades cuadradas como espresa el cuadrado del número de unidades que tiene su lado*: cuando espresamos tres pies en cuadro, queremos dar á entender que es un cuadrado que tiene por lado tres pies, el cual, como se vé en la fig. 4, equivale á *nueve pies cuadrados*.

Del mismo modo, la frase *cuatro pies en cuadro* equivale á *diez y seis pies cuadrados*; porque, como se vé en la fig. 5, un cuadrado cuyo lado tiene de largo cuatro unidades equivale á diez y seis unidades cuadradas.

*Cinco pies en cuadro* es lo mismo que *veinte y cinco pies cuadrados*, como se vé en la fig. 6. *Seis pies en cuadro* equivalen, como se vé en la fig. 7, á *treinta y seis pies cuadrados*. *Siete pies en cuadro*, como se vé en la fig. 8 equivalen á *cuarenta y nueve pies cuadrados*. *Ocho pies en cuadro*, como se vé en la fig. 9, equivalen á *sesenta y cuatro pies cuadrados*. *Nueve pies en cuadro*, como se vé en la fig. 10, equivalen á *ochenta y un pies cuadrados*; y por último, *doce pies en cuadro*, como se vé en la fig. 11, equivalen á *ciento cuarenta y cuatro pies cuadrados*, y así sucesivamente.

Ahora, teniendo presente que el *estadal cuadrado* del marco que espresa la ley, es (33) de 12 pies, resulta que si suponemos que cada una de las doce partes del lado del cuadrado de la figura 11 repre-

sente un pie, la misma figura representará *un estadal en cuadro ó un estadal cuadrado*, que consta, segun se vé, de los 144 pies cuadrados que dijimos (33). Y para que tambien se presente á la vista que el mismo estadal cuadrado equivale á 16 *varas cuadradas*, no tenemos mas que fijar nuestra atencion sobre la misma figura 11, y observando los cuadrados que se forman por las rectas interrumpidas, verémos que hay 16 cuadrados de estos, que, teniendo cada uno una vara de lado, resulta que cada uno es *una vara cuadrada*, y por consiguiente el *estadal cuadrado* equivale tambien á 16 *varas cuadradas*.

240 *P.* Qué entendeis por cubo de un número?

*R.* El producto que resulta de multiplicar un número por sí mismo dos veces de seguida. Asi es, que el cubo de 1 es 1; porque 1 multiplicado por 1 dá 1 por producto, y vuelto á multiplicar por 1 dá 1 por producto. El cubo de 2 es 8; porque $2\times2=4$; y $4\times2=8$. El de 3 es 27; porque $3\times3=9$; $9\times3=27$. Del mismo modo, el cubo de 4 es 64; el de 5 es 125; el de 6 es 216; el de 7 es 343; el de 8 es 512; el de 9 es 729: el de 10 es 1000 &c. De manera, que para formar el cubo de un número, ó *cubicarle*, no hay mas que multiplicarle dos veces de seguida por sí mismo: así es, que el cubo de 37 es 50653; porque $37\times37=1369$; y $1369\times37=50653$.

## APÉNDÍCE 1°

### *Sobre las razones y proporciones.*

241 *P.* Qué entendeis por razon?

*R.* Se llama *razon* la comparacion de dos números; el número que se compara se llama *antecedente*; aquel con que se compara se llama *consecuente*; los dos juntos se llaman *términos de la razon*; y lo que resulta se llama *esponente* de la razon, ó simplemente *razon*. Si el antecedente es igual al con-

secuente, se llama *razon de igualdad*; si el antecedente es mayor que el consecuente, se llama de *mayor desigualdad*; y si menor, de *menor desigualdad*.

242 *P*. Con cuántos objetos se pueden comparar los números?

*R*. Con dos diferentes, á saber: ó para averíguar la diferencia que hay entre ellos, que se llama *razon arimética*, ó para averiguar las veces que el uno contiene al otro, que se llama *razon geométrica*.

La razon arimética se señala poniendo el antecedente, despues un punto; y luego el consecuente; la geométrica, poniendo dos puntos entre el antecedente y consecuente: v. g. la razon aritmética entre 7 y 3, se escribe 7 . 3, y se lee 7 *es aritméticamente á* 3; la razon geométrica entre 12 y 4 se señala 12 : 4, y se lee 12 *es geométricamente á* 4; ó por ser estas razones las que ocurren con mas frecuencia, se leen omitiendo la palabra geométricamente de este modo 12 *es á* 4.

243 *P*. Qué es proporcion?

*R*. Proporcion es la igualdad de dos razones de una misma especie; así *proporcion arimética* es la igualdad de dos razones aritméticas; y *proporcion geométrica* la igualdad de dos razones geométricas. Las que mas nos interesa conocer son las proporciones geométricas, pues las aritméticas apenas tienen uso.

244 *P*. Cómo se forma una proporcion geométrica?

*R*. Se escriben dos números cualesquiera, separados con dos puntos, para que formen la primera razon; luego se pondrán los cuatro puntos, y despues por segunda razon lo que resulte de multiplicar (ó dividir) por un mismo número los dos términos de la primera.

V. g. Si quiero escribir una proporcion geométrica, pondré dos números cualesquiera, como por ejemplo 6 y 3, para que formen la primera razon;

en esta forma 6 : 3 ; despues de puestos los cuatro puntos, multiplicaré ambos números por otro número cualquiera, tal como 5, y tendré la proporcion 6 : 3 :: 30 : 15, que leeré diciendo 6 *es á* 3 *como* 30 *es á* 15.

245 *P.* Hay alguna otra especie de proporciones?

*R.* Sí señor: cuando los medios de una proporcion son diferentes, como en la anterior, la proporcion se llama *discreta*; y cuando son iguales los medios, la proporcion se llama *contínua.*

Para formar una proporcion geométrica contínua, se escribirá un número cualquiera; despues se pondrá por segundo término y por tercero un múltiplo cualquiera de este número; y luego para el cuarto se tomará el mismo múltiplo del segundo término. V. g. Pondré primero un número cualquiera, por ejemplo 7, despues un múltiplo cualquiera de este, tal como 35, y este será el que represente los medios; para hallar el otro estremo, tomaré el mismo múltiplo de 35, esto es, el quíntuplo, y tendré 7 : 35 :: 35 : 175; ó ∺ 7 : 35 : 175.

Donde el signo ∺ puesto ántes indica que se ha de repetir el segundo término, y se lee 7 *es á* 35 *es á* 175.

246 *P.* Qué propiedades son las esenciales de las proporciones geométricas?

*R.* En toda proporcion geométrica discreta el producto de estremos es igual al de los medios; y al cuadrado del término medio en la contínua.

Sean las proporciones 6 : 3 :: 8 : 4 ; ∺ 8 : 32 : 128, y tendrémos que $6 \times 4 = 3 \times 8$ ; y tambien $8 \times 128 = 32^2$.

247 *P.* Se pueden trasformar las proporciones sin que dejen de ser proporciones?

*R.* Sí señor: se les pueden dar diferentes trasformaciones; las que ocurren con mas frecuencia son las que se denominan *alternar* é *invertir*.

248 *P.* Decidme, ¿á qué se reduce cada una de estas trasformaciones?



*R.* *Alternar* es comparar antecedente con antecedente y consecuente con consecuente, cuya operacion queda hecha mudando de lugar los medios.

*Invertir* es comparar consecuente con antecedente en cada una de las razones; cuya operacion queda hecha poniendo los medios en lugar de los estremos, y los estremos en lugar de los medios. De manera, que si tengo la proporcion 3 : 6 :: 5 : 10; quedará alternada si la escribo asi 3 : 5 :: 6 : 10; y la misma quedará invertida si la escribo de este modo 6 : 3 :: 10 : 5.

249 *P.* Cuántas cuestiones pueden ocurrir acerca de las proporciones geométricas?

*R.* Tres: 1.ª Dados tres números, hallar uno que sea el cuarto término de una proporcion; 2.ª dados dos números, hallar otro que sea el tercer término de una proporcion geométrica contínua; y 3.ª dados dos números, hallar otro que sea el segundo término, ó el término medio de una proporcion continua en que los dos estremos sean los dos números dados.

250 *P.* Cómo se halla el cuarto término de una proporcion?

*R.* Se multiplica el segundo término por el tercero, y el producto se divide por el primero, y lo que resulte es el cuarto término que se buscaba. Así, si quiero hallar un cuarto proporcional á los números 5, 10 y 25, ejecutaré lo dicho, y tendré $\frac{10 \times 25}{5} = 50$; por lo que la proporcion será 5 : 10 :: 25 : 50.

251 *P.* Cómo se halla un tercer término á dos números dados?

*R.* Para hallar un tercer término contínuo proproporcional geométrico á dos números dados se cuadra el segundo número, y su cuadrado se partirá por el primer término. Así, si quiero hallar un tercer término proporcional á los números 8 y 12,

tendré que será $\frac{12^2}{8}=\frac{144}{8}=18$; y la proporcion será 8 : 12 :: 12 : 18.

252 *P*. Cómo se halla un término medio geométrico entre dos números?

*R*. Para hallar un medio proporcional geométrico no hay mas que multiplicar los dos términos, estraer la raiz cuadrada del producto, y lo que resulta es lo que se buscaba. Así, si quiero hallar un medio proporcional geométrico entre 4 y 16, será $\sqrt{4\times16}=\sqrt{64}=8$, y la proporcion será ∺ 4 : 8 : 16.

253 *P*. Es este término medio geométrico lo que se busca, cuando en diferentes circunstancias se pide un *término medio* entre varios términos conocidos?

*R*. No señor: el término medio geométrico nada tiene que ver con este otro término medio *aritmético*, que es lo que algunos llaman tambien *promedio*. El modo mas exacto de hallar este término medio ó *promedio* es el de sumar todos los términos ó cosas dadas; y dividir esta suma por el número de términos que se han sumado. Algunos suelen hallar el término medio sumando solo el término mayor con el menor, y tomando la mitad de esta suma; pero es mas exacto el modo anterior.

254 Me podréis hacer esto bien sensible?

*R*. Sí señor: supongamos que en una escuela han aprendido siete niños á leer en la forma siguiente: uno en 8 meses; otro en 9; otro en 8 meses y 15 dias; otro en 5 meses y 9 dias; otro en 6 meses; otro en 5 meses y 29 dias, y el otro en 4 meses y 18 dias.

Sumo estos siete números como aquí se presenta, observando que en todos estos casos se consideran todos los meses de treinta dias.

```
  2
  8 meses.
  9
  8...........15 dias.
  5........... 9
  6
  5...........29
  4...........18
 ———        ———
 47 meses   11 dias.
```

La suma que saco, que es 47 meses y 11 dias, la divido por 7, que es el número de los términos sumados; y hallo, segun aquí se presenta, que el término medio del tiempo que han gastado estos siete niños en aprender á leer, es de 6 meses y 23 dias.

```
47 ms. 11 ds. | 7
 5            |————————————
30            | 6 ms. 23 ds.
———
150
 11
———
161
 21
 00
```

El otro método, que hay de hallar el término medio, que es sumando el mayor término y el menor, y tomando la mitad de esta suma, no es tan exacto segun vamos á ver.

En este caso, el menor término ó número dado es 4 meses y 18 dias, y el mayor es 9 meses; sumo estos dos números, y de la suma, que es 13 meses y 18 dias, tomo la mitad y saco 6 meses y 24 dias: y tendré que el término medio por este método es el de 6 meses y 24 dias.

Y para averiguar cual de los dos métodos es preferible, observarémos que cuando ocurre resolver una cuestion de esta naturaleza, lo que se busca es un número que suponiendo que espresa el tiempo que todos igualmente emplearon en aprender á

leer, resulte con toda exactitud el tiempo que efectivamente han gastado entre todos en conseguir el mismo efecto; por el primer método resulta que suponiendo que todos los 7 niños han aprendido á leer en el tiempo que espresa el término medio, esto es, en 6 meses y 23 dias, habrán consumido entre todos el tiempo que esprese el producto de 6 meses y 23 dias por 7, esto es, 47 meses y 11 dias, que es exactamente lo que han gastado efectivamente en aprender á leer los espresados siete niños.

Si suponemos que los mencionados siete niños hayan aprendido á leer en el tiempo que espresa el segundo término medio, esto es en 6 meses y 24 dias, habrán empleado entre todos 7 el tiempo que esprese el producto de 6 meses y 24 dias por 7, esto es 47 meses y 18 dias, que son 7 dias mas de los que efectivamente han empleado todos los 7 niños en aprender á leer.

Supongamos que se quiera encontrar el término medio que se gasta en aprender á escribir en una escuela en que se sabe ha habido diez niños, y que el uno ha aprendido en 15 meses; otro en 17 meses y 5 dias; otro en 14 meses; otro en 11 meses y 9 dias; otro en 10 meses; otro en 8 meses y 9 dias; otro en 11 meses; otro en 12 meses y 3 dias; otro en 13 meses y 2 dias, y el otro en 16 meses y 20 dias.

Sumaré todos estos números como aquí se manifiesta, teniendo presente lo espuesto (254).

Y la suma 128 meses y 18 dias, la dividiré por 10, y resulta que el término medio del tiempo que se puede suponer han empleado todos diez en aprender á escribir es el de 12 meses 25,8 dias; esto es, *doce meses, veinticin-*

| I | |
|---|---|
| 15 meses. | |
| 17.............. | 5 dias. |
| 14 | |
| 11.............. | 9 |
| 10 | |
| 8.............. | 9 |
| 11 | |
| 12.............. | 3 |
| 13.............. | 2 |
| 16.............. | 20 |
| 128 meses. | 18 dias. |

*co dias y ocho décimas partes del tiempo que empleaban los niños cada dia en escribir en la escuela.*

Supongamos por último que se desée averiguar el término medio en que aprenden los niños á contar en una escuela, sabiendo que ha habido cinco niños que el uno ha aprendido en 3 meses y 7 dias; otro en 5 meses; otro en 4 meses y 20 dias; otro en 2 meses y 27 dias, y el otro en 5 meses y 1 dia.

| | | |
|---|---|---|
| | 1 | |
| | 3 meses | 7 dias. |
| | 5 | |
| Sumo estos cinco números | 4.......... | 20 |
| como aquí se ve: | 2.......... | 27 |
| | 5.......... | 1 |
| | 20 meses. | 25 dias. |

La suma 20 meses y 25 dias, la divido por 5, y resulta por término medio el de 4 meses y 5 dias.

## APÉNDICE 2.°

### *Sobre la correspondencia de las unidades de pesas y medidas usuales de Francia con las de España.*

255 *P.* Nos interesa conocer la correspondencia de nuestras unidades de pesas y medidas con las de otras Naciones?

*R.* Sí señor: principalmente la de aquellas con que tenemos mas relaciones de comercio, como con la Francia, Inglaterra &c.; por lo cual se inserta dicha correspondencia en los libros buenos de Matemáticas, Comercio &c. (*); pero hay una cir-

---

(*) *Ademas hay una obra sumamente apreciable, intitulada:* Cartas de Leonardo Euler á una Princesa de Alemania, traducidas con notas y adiciones por don Juan Lopez de Peñalver, *en que se halla esta correspondencia con la mayor exactitud y á los alcances de todos.*

*En efecto, las adiciones al tomo 4.° contienen el* orígen de las medidas lineales de España, *y muchas tablas sumamente exactas é interesantes, en las cuales, haciendo la debida distincion entre medidas longitudinales, superficiales y cúbicas, se presenta la correspondencia recíproca de las unidades de pesas y medidas de España con las de Francia, Inglaterra y Portugal; y con las de las principales ciudades del globo. En dicha obra se españolizan las palabras* gramme y litre, *con los nombres* grama *y* litra, *en vez de* gramo *y* litro, *de que se usa generalmente. Yo me congratulo de haber coincidido con este sabio y respetable Autor, adoptando desde la primera edicion de mi* Tratado elemental de Matemáticas *la palabra* grama *con sus derivadas; y ahora adopto tambien la palabra* litra *y sus derivadas, por juzgar que asi conviene al genio de nuestra lengua, y a la naturaleza del asunto de que se trata.*

cunstancia por la cual, aun en las escuelas de primeras letras, conviene que se dé á conocer en el dia la correspondencia de las unidades de pesas y medidas *usuales* de Francia con las de España, para evitar perjuicios de mucha consideracion á nuesnuestro comercio.

256 *P.* Cuál es esa circunstancia?

*R.* La siguiente: los Franceses en el año de 1798 mudaron su sistema de pesas y medidas, eligiendo uno muy sabio y filosófico, tomado en la naturaleza, que se llama *sistema decimal ó sistema métrico;* y habiendo adoptado un lenguaje difícil de popularizarse, tuvieron precision en 1812 de permitir emplear para los usos comunes del comercio, medidas y pesas con los nombres *antiguos y usuales*; pero con valores fijados por los patrones del sistema decimal: dejando subsistir este al mismo tiempo. En 1816 se prohibió absolutamente por ley el que, en el comercio por menor, se pudiese hacer uso de las fracciones decimales de las pesas y medidas; de manera, que en el dia, el sistema que rije en Francia sobre pesas y medidas, y que no se ha dado á conocer todavía en ninguno de los libros de España, es un sistema, que se llama *sistema usual*; y consiste en *espresar con los nombres antiguos de las pesas y medidas de Francia, unidades de pesas y medidas de un valor fijado por el sistema decimal*; pero que su division es *binaria*, es decir, que cada unidad se divide en mitad, cuarta, octava, diez y seisava &c. parte: resultando que, en la actualidad las palabras *toesa*, *pie*, *ana ú ona* (*aune*), *boisseau*, *libra etc.* ni tienen el valor que antiguamente se les daba en Francia ántes de 1798, ni equivalen á las unidades de pesas y medidas de España, que se espresa en los libros; y todos cuantos convenios ó tratos particulares se hagan, sin tener presente esta circunstancia, podrán traer perjuicios de mucha trascendencia á la España en general, y á los Españoles en particular.

257 *P.* Y me podréis esplicar con toda claridad la correspondencia que hay entre el *sistema usual de pesas y medidas* que rige actualmente en Francia, y las pesas y medidas de España?

*R.* Si señor: y es del modo siguiente: 1.° para la venta de las maderas de carpintería, materiales y otros objetos de construccion, se hace uso de una medida que se llama *toesa* (toise), que tiene de largo dos métros justos, y se divide en seis pies, resultando que, *la toesa usual lineal de Francia* equivale á 7,1778432 pies lineales españoles, ó á 2,3926144 varas lineales españolas. Y el *pie* (pied) *usual*, que sirve en los tratros comunes de Francia, es la tercera parte del metro, ó sesta parte de la toesa, y equivale á 1,1963072 pies lineales españoles: esto es, equivale el *pie usual* de Francia á un pie español, y una fraccion decimal 0,1963072 de pie, ó $\frac{1963072}{10000000}$ de pie español. El *pie usual* francés se divide en doce pulgadas, y la pulgada en doce líneas.

El *pie cuadrado usual* de Francia esquivale á 1,431151 pies cuadrados españoles.

El *pie cúbico usual* de Francia equivale á 1,712096 pies cúbicos de España.

2.° Para la venta *de todo género de tejidos*, sean de lana, seda, lino, algodon &c. *se hace uso de la ana ú ona* (aune), que es igual á *doce decímetros*, y equivale á 4,30670592 pies españoles; ó á 1,43556864 varas españolas; y la *ana ú ona* (aune) se divide en mitad, cuarta, octava, diez y seisava y trienta y dosava parte, así como tambien en tercias, sesmas, dozavas y veinticuatro avas partes.

3.° Para *la venta del carbon de leña*, de los granos y otras materias secas, se usa del *doble boisseau*, del *boisseau*, del *medio boisseau* y del *cuarto de boisseau*, iguales á un *cuarto*, un *octavo*, un *diez y seisavo*, y un *treinta y dosavo* de hectrolitra: de los cuales *el boisseau* equivale á 0,224886 de la fanega española, ó á 2,698632 celemines españoles, y

el doble boisseau, ó (double boisseau) equivale á 0,449772 de la fanega española ó á 5,397264 celemines españoles.

4.° Para *la venta de las simientes, granalla, harinas, frutas, legumbres secas ó verdes, de la leche, del vino, del aguardiente* y *otras bebidas ó licores* se usa de la *litra* (litre), de la *media litra*, del *cuarto de litra*, del *octavo de litra* y del *diez y seisavo de litra*; de las cuales, la principal, que es la *litra usual*, equivale á 0,2158905 de celemín español para medida de áridos; y á 1,98289 cuartillos españoles como medida de líquidos.

5.° Para *la venta de las mercancias*, que se venden al peso, se hace uso de la *libra* (igual á *demi-kilogramme*); la *media libra*, el *cuarto de libra* ó *cuarteron*, la *onza*, la *media onza*, el *cuarto de onza*, ó *dos gruesos* ó *dracmas* (*deux gros*), y el *grueso* ó *dracma* (gros), que se divide en setenta y dos granos. De las cuales la principal, que es la *libra*, equivale á 1,0867368 libras españolas.

6.° Para *la venta del aceite* por menor se usa de las medidas representativas de la *libra*, *media libra*, *cuarteron*, *medio cuarteron*, la *onza*, y la *media onza*; de las cuales la principal, que es la libra, equivale á 1,0867368 libras españolas.

Resultando de todo esto, que la *toesa usual es mayor que la toesa antigua;* y que *lo mismo sucede al pie*, *á la ona* y *á la libra*, usuales en el dia en Francia, comparadas con las antiguas. Y que al contrario, el *boisseau usual* es menor que el antiguo; y que tambien la *litra usual* es menor que el *litron* antiguo, medida de áridos.

Para mayor claridad; pondrémos todos estos resultados en la siguiente.

TABLA, *en que se presenta la correspondencia de las unidades de pesas y medidas usuales actualmente en Francia, con las unidades de pesas y medidas de España.*

| | |
|---|---|
| La toesa usual lineal de Francia equivale á.... | 7,1778432 pies lineales españoles.<br>2,3926144 varas lineales españolas. |
| El pie usual lineal francés equivale á........... | 1,1963072 pies lineales españoles. |
| El pie cuadrado usual de Francia equivale á | 1,431151 pies cuadrados españoles. |
| El pie cúbico usual de Francia equivale á.... | 1,712096 pies cúbicos de España. |
| La ona usual de Francia equivale á........... | 1,43556864 varas españolas.<br>4,30670592 pies españoles. |
| El *Boisseau* usual de Francia equivale á..... | 0,224886 de la fanega española.<br>2,698632 celemines españoles. |
| El *doble Boisseau* usual de Francia equivale á. | 0,449772 de la fanega española.<br>5,397264 celemines españoles. |
| La litra usual de Francia equivale á........... | 0,2158905 de celemin español para medida de áridos.<br>1,98289 cuartillos españoles como medida de líquidos. |
| La libra usual de Francia equivale á........... | 1,0867368 libras españolas. |

258 *P.* Y con estos conocimientos, ¿podrá un niño reducir con facilidad y exactitud cualquier número de unidades de pesas ó medidas *usuales* francesas, á unidades de pesas ó medidas españolas?

*R.* Si señor: pues no hay mas que *multiplicar* (180) *el valor que, por la tabla anterior, corresponde á la espresada unidad francesa en la unidad española que se deséa, por el número que espresa las unidades francesas qne se quieren reducir; y el producto espresará el equivalente en unidades españolas:* y para que no quede duda, harémos aplicacion á cada uno de los casos que acabamos de enumerar.

Ejemplo 1.º Si quisiera reducir á medidas españolas 578 toesas usuales de Francia, practicaría lo siguiente: si las quisiera reducir á varas españolas, multiplicaría el valor de la toesa en varas españolas, que (257 1.º ó por la tabla) es 2,3926144 por 578; efectuaría esta multiplicacion como he dicho (180) y sacaría que *las 578 toesas usuales de Francia equivalen á* 1382,9311232 varas españolas; esto es á 1382 varas españolas, y á mas de *nueve décimas partes* de otra vara española; por lo que podré decir (184) que equivalen á 1383 varas españolas; ó valuando el quebrado decimal que resulta, podré decir con toda exactitud, que equivalen á 1382 varas, 2 pies, 9 pulgadas y 6 líneas.

Si hubiera querido obtener este resultado en pies españoles, *hubiera multiplicado el valor de la toesa en pies españoles*, que (257 1.º ó por la tabla) es 7,1778432 por 578; y hubiera obtenido 4148,793 &c. pies españoles, que equivalen (184) á 4148 pies, 9 pulgadas y 6 líneas (*).

---

(*) *Para hacer ver el error que resultaria de confundir la toesa usual hoy en Francia con lo que en todos tiempos se ha entendido por toesa, observarémos que equivaliendo la* toesa *antigua (§ 152 del tomo 1.º parte 1.ª de mi* Tratado elemental de Matemáticas*) á* 6,99404 *pies*

Ejemplo 2.º Si quisiera reducir 7906 *onas usuales* de Francia á varas españolas, multiplicaría el valor de la ona en varas, que es 1,43556864 por 7906: y obtendría 11349 varas 1 pie 9 pulgadas y 10 líneas.

---

*españoles; si multiplicamos este número por 578, resultan 4043 pies, que dan 105 pies de diferencia.*

*Para hacer ver los errores que se pueden cometer no haciendo la debida distincion* entre pies lineales ó longitudinales, pies cuadrados ó superficiales, y pies cúbicos, *nos propondrémos reducir un mismo número de pies usuales de Francia, por ejemplo 1030 á pies españoles; 1.º suponiendo que son lineales ó longitudinales, 2.º suponiendo que son cuadrados ó superficiales, y 3.º en el supuesto de que sean cúbicos. En el primer caso de suponer que los 1030 pies usuales sean longitudinales, para reducirlos á pies lineales de España, los multiplicaré por 1,1963072, y obtendré que equivalen á 1232 pies lineales españoles. Para reducir los 1030 pies usuales de Francia, en el supuesto de ser cuadrados ó superficiales, á pies cuadrados de España, deberé multiplicar* 1030 *por* 1,431151; *y hallaré que equivalen á* 1474 *pies cuadrados españoles.* Para reducir los mismos 1030 pies usuales de Francia á pies españoles, en el supuesto de ser pies cúbicos, multiplicaré los 1030 por 1,712096, y hallaré 1763; lo cual nos dice que 1030 pies cúbicos usuales de Francia equivalen á 1763 pies cúbicos españoles.

## ADVERTENCIA IMPORTANTE.

Para que se vea con cuan sólido fundamento se ha puesto, en la 3.ª edicion de esta obrita, la respuesta 237, no hay mas que fijar la atencion acerca de estos resultados. Si en la reduccion de los mismos pies se confundiesen los pies lineales ó longitudinales con los pies cuadrados ó superficiales, resultaba un error de 242 pies; y si se confundiesen los pies longitudinales con los pies cúbicos, resultarían 531 pies de error. ¡Ah! ¡Cuantos perjuicios han resultado en España por descuidos de esta naturaleza!!!

Si hubiera querido reducir las mismas *onas* á pies españoles, hubiera multiplicado 4,3067059 2, por 7906; y hubiera obtenido 34048 pies españoles, 9 pulgadas y 10 líneas (*).

Ejemplo 3.° Si quisiera saber el equivalente de 5007 *boisseaux* usuales de Francia en fanegas españolas, multiplicaría el valor 0,224886 por 5007, y hallaría 1126 fanegas españolas.

Si hubiera querido reducir la misma cantidad de boisseaux á celemines españoles, hubiera multiplicado 2,698632 por 5007, y hubiera obtenido 13512 celemines españoles.

Ejemplo 4.° Si quisiera reducir 107003 litras usuales de Francia á medidas españolas, si era para áridos, multiplicaría 0,2158905 de celemin, á que equivale la litra, por 107003 y obtendría 23101 celemines españoles.

Si quisiera reducir la misma cantidad de litras usuales de Francia, en medidas de líquidos españolas, multiplicaría 1,98289 por 107003, y obtendría 212175 cuartillos españoles.

Ejemplo 5.° Si quisiera averiguar la equivalencia de 30043 libras usuales de Francia en libras españolas, multiplicaría 1,0867368 por 30043, y hallaría 32648 libras españolas y 13 onzas.

259 *P.* Y si quisiéramos resolver la cuestion inversa, esto es, reducir unidades de pesas y medidas españolas, á unidades de pesas y medidas usuales de Francia ¿qué deberíamos practicar?

*R. Dividir el número de unidades de pesas y medidas españolas que se dán, por el número de estas*

---

(*) Para hacer ver el error que podría resultar de confundir la ona usual hoy en Francia, con lo que se ha entendido siempre en dicha Nacion por ona, observarémos que equivaliendo esta (§ 152 del tom. 1.° parte 1.ª de mi Tratado elemental de Matematicas) á 4,266 pies españoles, si se multiplica 4,266 por 7906, resultan 33726,996 pies españoles; lo cual da 321 pies de error.

*mismas unidades á que equivale la unidad usual francesa, en que queremos valuar las españolas.* Por ejemplo, si quisieramos averiguar á cuantas *anas* ú *onas* (aunes) *usuales* de Francia equivalen 4709 varas españolas, dividiría las 4709 varas españolas por 1,43556864 varas españolas, á que equivale la *ona usual* de Francia; y hallaría (182) que equivalen á 3280,23 onas (aunes) usuales de Fráncia; esto es, á 3280 onas y $\frac{23}{100}$ de otra ona.

260 *P.* Es este el metodo mas espedíto?

*R.* No señor: porque como la operacion de dividir es mas complicada que la operacion de multiplicar, es mejor hallar directamente la equivalencia de las medidas españolas en las correspondientes usuales de Francia; por lo cual, á fin de no omitir ninguna diligencia que pueda conducir á auxiliar estas interesantes operaciones del Comercio, vamos á poner aquí dicha correspondencia en la siguiente

TABLA, *en que se espresa la correspondencia de las unidades de pesas y medidas españolas, con las unidades de pesas y medidas usuales actualmente en Francia.*

| | |
|---|---|
| Una vara española equivale á.................... | 0,417953 toesas usuales de Francia.<br>0,696588 onas usuales francesas.<br>2,507717 pies usuales de Francia. |
| Un pie lineal español equivale á................ | 0,835906 de pie lineal usual francés. |
| Ur pie superficial español equivale á.......... | 0,698738 del pie superficial usual francés. |
| Un pie cúbico español equivale á................ | 0,584079 de pie cúbico usual en Francia. |
| Una fanega española equivale á.................... | 2,223349 (*double boisseau*) usual de Francia.<br>4,446697 (*boisseaux*) usuales id. |

| | |
|---|---|
| Un celemin español equivale á...................... | 0,185279 (*double boisseau*) idem. 0,370558 (*boisseau*) id. 4,631978 litras id. |
| Una cántara ó arroba (medida de líquidos) española equivale á.... | 16,138061 litras id. |
| La azumbre española equivale á............... | 2,017258 litras id. |
| El cuartillo español (medida de líquidos) equivale á............... | 0,504314 litras id. |
| La arroba española equivale á...................... | 23,004650 libras usuales de Francia. |
| La libra española equivale á........................ | 0,920186 libras usuales de idem. |

261 *P*. Cómo se hará uso de esta tabla?

*R*. Multiplicando el número de unidades españolas que se dan, por el valor que tiene en dicha tabla la unidad española, espresada en aquella unidad usual francesa á que se quiere reducir, como vamos á manifestar en los siguientes ejemplos.

1.° Propongámonos primero reducir por esta tabla á *onas* usuales de Francia las mismas 4709 varas españolas; no tendrémos que hacer mas que multiplicar 0,696388 por 4709, y obtendrémos 3280,23 onas usuales de Francia, que es exactamente el mismo resultado de ántes.

Ej. 2.° Si quisiera reducir 2005 varas españolas á toesas usuales de Francia, multiplicaría 0,417953 por 2005, y hallaría 838 toesas usuales de Francia.

Ej. 3.° Si quisiera reducir 10000 pies españoles á pies lineales usuales de Francia, multiplicaría 0,835906 por 10000, y el resultado sería (181) 8359 pies lineales de Francia. Si los 10000 pies españoles fuesen cuadrados, y los quisiera reducir á pies cuadrados usuales de Francia, los multiplicaría por 0,698738, y obtendria 6987 pies cuadrados usuales

de Francia. Si los 10000 pies españoles fuesen pies cúbicos, y los quisiera reducir á pies cúbicos usuales de Francia, multiplicaría 0,584079 por 10000, y obtendría (181 y 184) 5841 (*).

Ej. 4.° Si quisiera averiguar cuantos boisseaux usuales de Francia equivalen á 8000 fanegas de España, multiplicaría 4,446697 por 8000, y obtendría 35574 boisseaux usuales de Francia.

Ej. 5.° Si quisiera averiguar á cuantas litras usuales de Francia equivalen 350 cántaras ó arrobas españolas, multíplicaría 16,138061 por 350, y hallaría 5648 litras usuales de Francia.

Ej. 6.° Si quisiera reducir 5020 libras españolas á libras usuales de Francia, multiplicaría 0,920186 por 5020, y hallaría 4619 libras usuales de Francia.

262 *P.* Me podréis hacer ver, con algun ejemplo práctico, los perjuicios que podrían resultar en el Comercio de no tenerse presente esta alteracion en el sistema de pesas y medidas de Francia?

*R.* Sí señor: la madera de nogal, de que se hacen las cajas de los fusiles y demas armas de fuego, va escaseando mucho en Europa; y no está léjos el dia en que traten de comprarla en nuestras costas del Norte de España. Supongamos que un especulador frances contratase con un español una remesa de esta madera, y que el español, suponiendo que la relacion del pie español con el frances era la que consta por los libros de Matemáticas, de Comercio, &c., estipulase el precio del pie cúbico frances á 6 reales, que es sobre poco mas ó ménos el precio que hoy podrá tener. Supongamos que, hecha la remesa de un cargamento, se hiciese la medida en

---

(*) Advertencia importante, que comprueba la de la nota del ej. 1.° de la respuesta (258). Si al hacer esta reduccion, se hubieran tomado los pies lineales por superficiales, hubiera resultado un error de 1372 pies; y si se hubiesen tomado los pies lineales por cúbicos, el error hubiera ascendido á 2518 pies.

uno de *los* puertos de Francia, por la medida legal del pie frances *usual* en el dia, y que se hallasen, por ejemplo, 100000 pies cúbicos de estos; entónces el Español recibiría 600000 reales. Pero esta misma madera, medída por lo que en todos tiempos consta ser el pie frances, y que fué en el concepto en que el Español hizo su convenío, le hubiera producido 108051 pies cúbicos franceses (*) de los que el Español contrató; y hubiera debido percibir 648306 rs. vn.; luego el Español ha salido perjudicado en 48306 rs., que corresponde á un ocho por ciento de la cantided recibida.

Ej. 2.º He aquí un caso que me consta ha sucedido ya. Un Español expidió una cierta cantidad de fanegas de trigo á Francia en uno de estos años, que se vendió el *boisseau* á la cantidad corriente: el Español recibió el importe en el supuesto de ser el *boisseau* antiguo, que equivalía á 2,7408 celemines españoles, ó á 0,2284 de fanega española; y habiéndose vendido por el boisseau usual, que solo es 0,224886 de la fanega española, veamos el perjuicio que resultó al Español en el *supuesto* de haber sido *diez mil* las fanegas de trigo, y que el boisseau se

---

(*) En efocto, el pie cúbico frances para la madera, segun la correspondencia mas exacta, que es la que yo pongo en el párrafo 152 del tomo 1.º, parte 1.ª de mi Tratado elemental de Matemáticas, equirale á 1,58452 pies cúbicos españoles: el pie cúbico usual frances (257, ej. 1.º) equivale á 1,712096 pies cúbicos españoles; luego el pie cúbico antiguo de Francia es menor que el pie cúbico usual frances en el dia, en la razon de 1,58452 á 1,712096, ó el pie cúbico usual frances equivale á $\frac{1,712096}{1,58452}$ del pie cúbico antiguo: por consiguiente, los 100000 pies cúbicos usuales equivaldrán al quebrado anterior, multiplicado por 100000; y en virtud de lo espuesto (142 y 181) se halla $\frac{171209,6}{1,53452}$, que por lo dicho (182), rssulta 108051 pies cúbicos.

hubiese vendido á 10 rs. en el Havre, Rouen, &c. En este caso, las 10000 fanegas españolas equivalen á $\frac{10000}{0,2284}$ boisseaux, que son 43783 boisseaux de los antiguos, que fué por los que él recibió el dinero, que á 10 rs, percibió 437830 rs. Las mismas *diez mil* fanegas equivalen á $\frac{10000}{0,224886} = 44467$ boisseaux de los usuales, que fué precisamente á como se vendió el trigo, que á 10 rs. debió percibir 444670 rs.; y como solo recibió 437830, salió perjudicado en 6840 rs que importa mas del $1\frac{1}{2}$ por ciento de la cantidad recibida. Y análogamente estàn resultando perjuicios por esta causa á nuestro Comercio; habiendo sucedido tambien el que algunos Españoles no teniendo presente que el boisseau usual frances es menor que el boisseau antiguo, no han entrado en especulaciones de esta especie en los años de 1828 y 1829: de lo cual han resultado perjuícios á ambas Naciones; á la España, porque no ha percibido tanto metálico como hubiera podido ingresar, y á la Francia, porque hubiera adquirido el trigo necesario para el sustento de sus habitantes mas barato y de mejor calidad.

# FIN.

# TABLA DE LOS CAPÍTULOS.

# CATÁLOGO
# DE LAS OBRAS DEL AUTOR.

## OBRAS DE INSTRUCCION PRIMARIA.

1 *Coleccion de la clave y reglas generales para aprender á leer, en los mayores caracteres que se han encontrado en Francia, Inglaterra y Holanda.* Su precio 40 rs.

2 *Coleccion de la clave y reglas generales para aprender á leer, en carácter de gran cánon:* su precio 4 rs.

3 *Nueva cartilla para aprender á leer en mucho ménos de la mitad del tiempo que por todos los metodos conocidos:* 1 real.

4 *Clave analitica de la lectura, del tamaño de un pliego, impresa en cartulina con la instruccion práctica al respaldo:* 10 cuartos.

5 *Reglas generales para aprender á leer, un pliego de cartulina impreso por ambos lados:* 10 cuartos.

6 *Reglas generales para aprender á leer, en forma de libro, á manera de cartilla:* 6 cuartos.

7 *Clave analitica de la lectura en medio pliego de cartulina:* 5 cuartos.

8 *Clave analitica de la lectura en cartulina de á cuartilla:* 3 cuartos.

9 *Clave analitica de la lectura en cuartilla de papel regular:* 2 cuartos.

10 *Reglas generales para aprender á leer, un librito en 16.º:* 2 cuartos.

11 *Instruccion práctica para enseñar á leer por el nuevo metodo contenido en la Teoria de la Lectura:* 4 cuartos.

12 *La misma instruccion práctica en letra tan diminuta, que se caracteriza con el nombre de* microscópica: 2 cuartos.

13 *Coleccion, en librito, de la clave y reglas de leer con la instruccion al respaldo de la clave:* 4 cuartos.

15 *Teoria de la Lectura* (segunda edicion): 4 rs.

16 *Modo de poner en ejecucion la Teoria de la Lectura:* 6 rs.

17 *Ideas primarias de los números:* 4 rs.

18 *Descripcion de los nuevos aparatos ensayados á presencia de S. M. Nuestra Escelsa Reina Gobernadora,*

*y cuatro de los Excelentísimos Sres. Secretarios del Despacho, para facilitar las principales dificultades de la escritura, con las muestras correspondientes á este sistema:* 4 rs.

19 *Muestras sueltas para escribir por este sistema:* 2 rs.

20 *Los dos aparatos para vencer las dificultades de la escritura:* 60 *rs.*

21 *Nociones geográficas y astronómicas para comprender la nueva division del territorio español:* 4 *rs.*

22 *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del Reino:* 4 rs.

23 *Geometría de niños escrita para uso de las escuelas:* 8 rs.

24 *Exámenes celebrados el dia* 27 *de abril de* 1834, *cumpleaños de Nuestra Excelsa Reina Gobernadora, en las Escuelas Normales, etc.* 1 real.

25 *Complemento á la Aritmetica de Niños.* 4 rs.

## OBRAS CIENTIFICAS.

26 *Tratado Elemental de Matemáticas, cinco volúmenes en cuarto;* á saber: tomo primero parte primera: Aritmética y Algebra 30 rs.

Tomo primero parte segunda: Geometría, Trigonometría rectilínea y Geometría práctica 30 rs.

Tomo segundo parte primera: Trigonometría Esférica, Aplicacion del Álgebra á la Geometría, Secciones Cónicas y Teoría general de las ecuaciones 30 rs.

Tomo segundo parte segunda: Funciones, Séries, Cálculo de las diferencias y el Diferencial é Integral 30 rs.

Tomo tercero parte primera: Mecánica dividida en sus cuatro tratados, á saber: Estática, Dinámica, Hidrostática é Hidrodinámica 30 rs.

27 *Compendio de Matemáticas puras y mistas, dos tomos en octavo prolongado:* 40 *rs.*

28 *Compendio de Mecánica práctica para uso de los niños, artistas y artesanos etc.* 14 rs.

29 *El plano de la bahía de Cádiz iluminado:* 6 rs.

30 *Memoria sobre la curvatura de las líneas etc.:* 14 rs.

31 *Tabla sinóptica del Arte militar:* 6 rs.

32 *Tratado sobre el movimiento y aplicaciones de las aguas,* tres tomos en 4.° 120 rs.

33 *Explicacion del mejor uso que tienen para la enseñanza cada una de estas obras:* 4 cuartos.

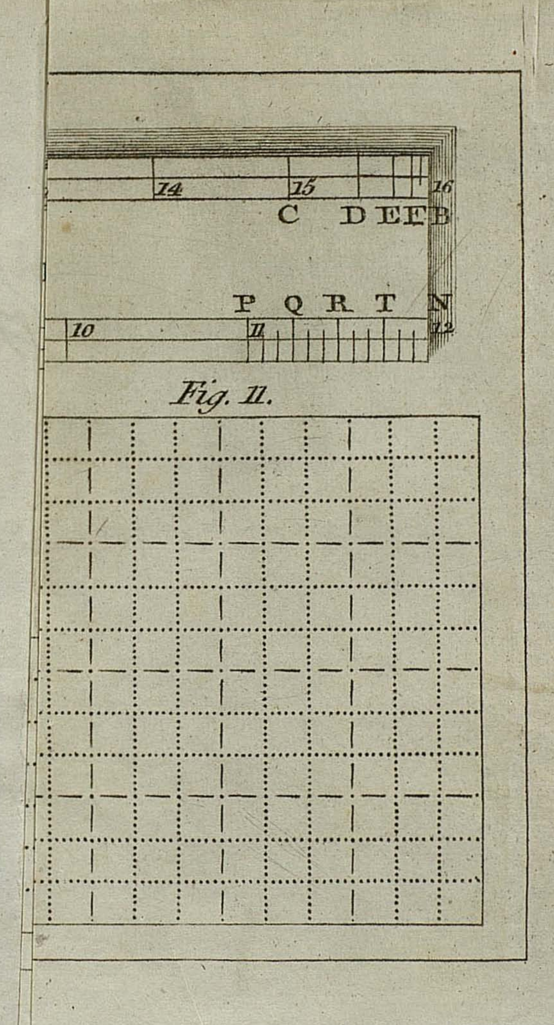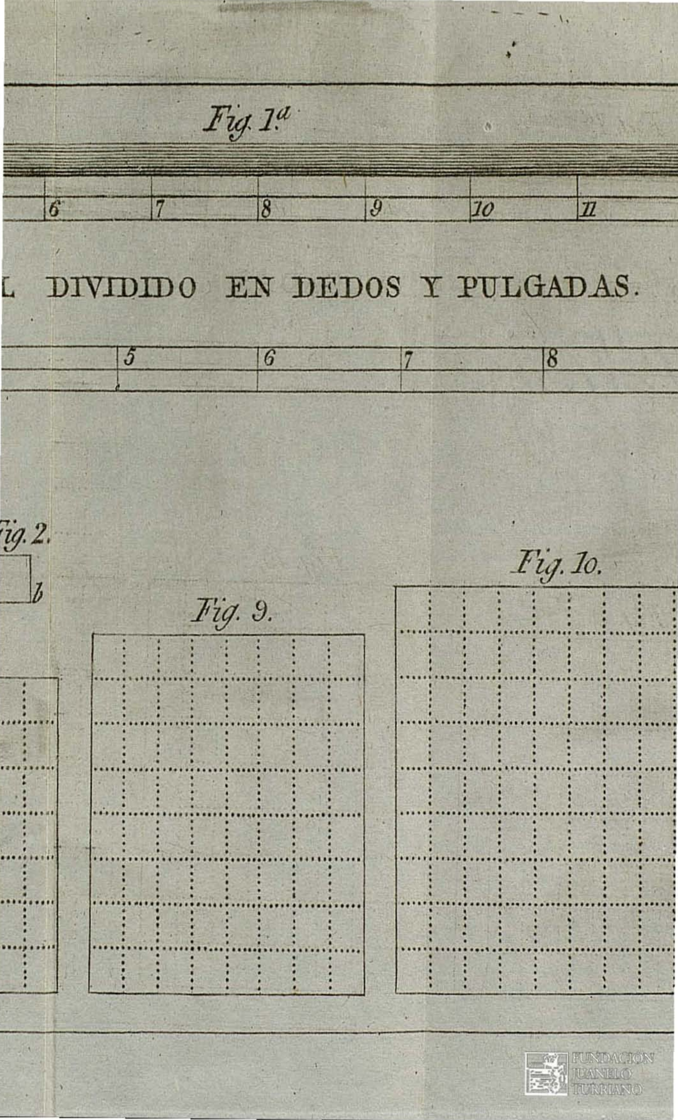


Fig. 11.

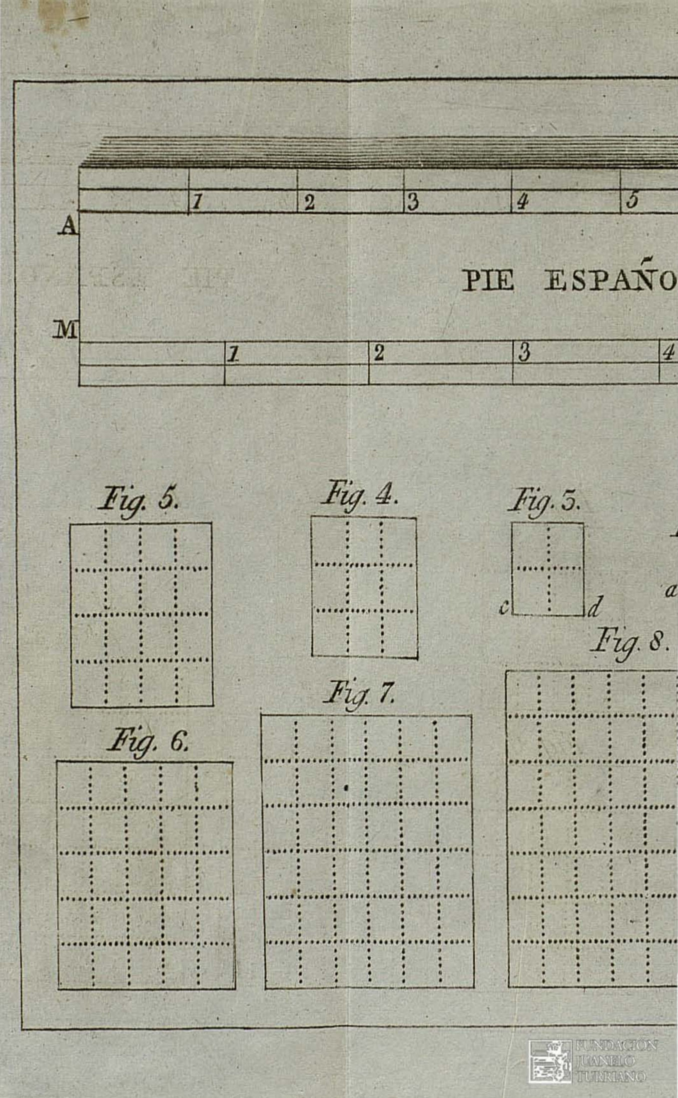

1
2
3
4
5
A
PIE ESPAÑO
M
1
2
3
4
Fig. 5.
Fig. 4.
Fig. 3.
c
d
Fig. 8.
Fig. 7.
Fig. 6.


Fig. 1.ª
6
7
8
9
10
11
L DIVIDIDO EN DEDOS Y PULGADAS.
5
6
7
8
Fig. 2.
b
Fig. 9.
Fig. 10.

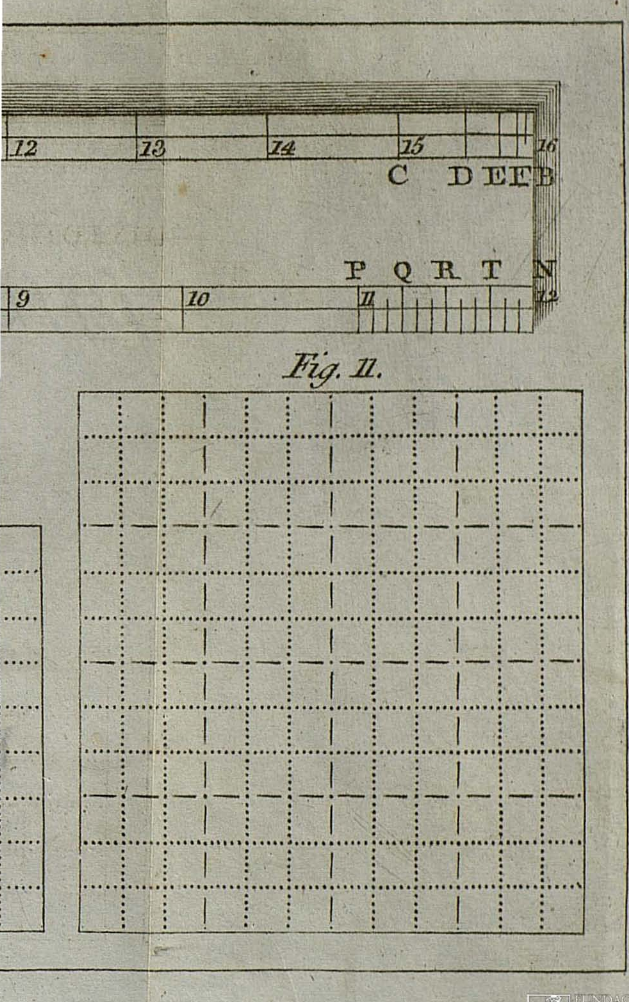
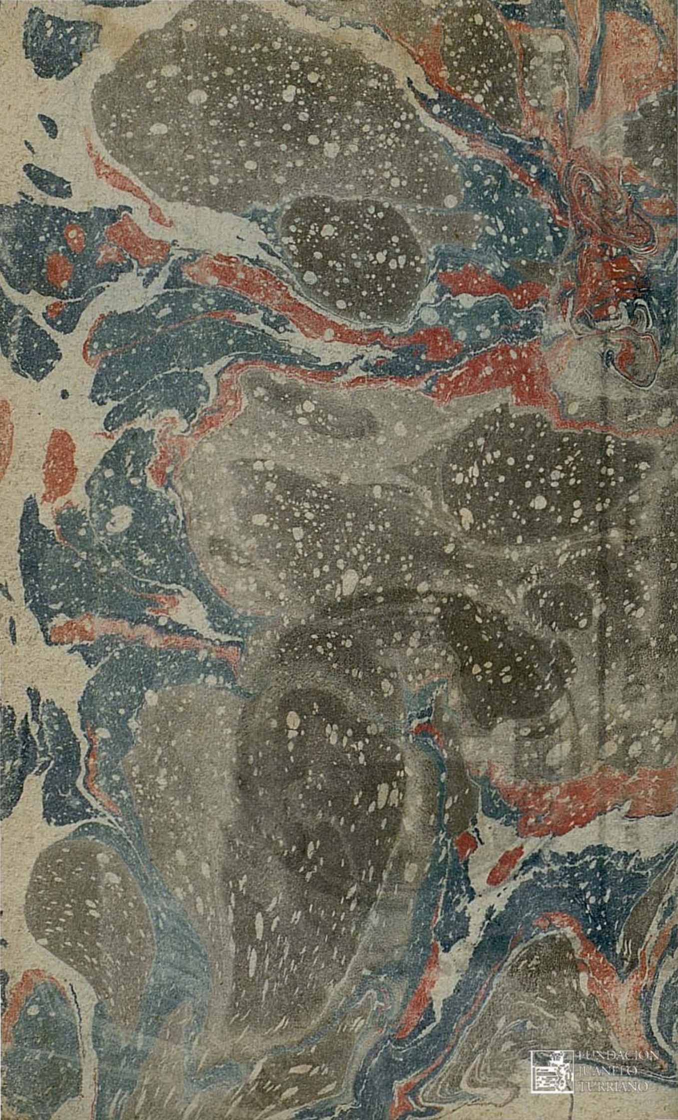


Fig. II.

la de lacticinios, si no habeis cumplido los sesenta años, conf
del corriente. Dado en Madrid á veinte y dos de Abril de mil



Dn. Mar






FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO